UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

THAÍS FERNANDA DE OLIVEIRA SETTIMY

ELABORAÇÃO E ANÁLISE DE ATIVIDADES DE VISUALIZAÇÃO EM GEOMETRIA 3D UTILIZANDO RECURSOS CONVENCIONAIS

SEROPÉDICA
2014

THAÍS FERNANDA DE OLIVEIRA SETTIMY

ELABORAÇÃO E ANÁLISE DE ATIVIDADES DE VISUALIZAÇÃO EM GEOMETRIA 3D UTILIZANDO RECURSOS CONVENCIONAIS

Monografia apresentada a Banca Examinadora da UFRRJ, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduada em Matemática na Modalidade de Licenciatura em Matemática, sob a orientação do professor Marcelo Almeida Bairral.

SEROPÉDICA

2014

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA.

A monografia "ELABORAÇÃO E ANÁLISE DE ATIVIDADES DE VISUALIZAÇÃO EM GEOMETRIA 3D UTILIZANDO RECURSOS CONVENCIONAIS", apresentada e defendida por THAÍS FERNANDA DE OLIVEIRA SETTIMY matrícula 201119048-5 foi aprovada pela Banca Examinadora, com conceito "S" recebendo o número 631.

Seropédica, 10 de dezembro de 2014.

BANCA EXAMINADORA

Marcelo A Bairral

Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral
Orientador

Prof. Dr. Bruno Matos Vieira

Giselam

Profª. MSC. Gisela Maria da Fonseca Pinto

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades durante toda minha trajetória acadêmica.

A minha mãe Maria da Penha pelo amor incondicional, por não medir esforços para investir nos meus estudos e pelo apoio nas horas difíceis, de cansaço e desânimo. Dela herdei a luta contra o comodismo.

Ao meu padrasto Adelson, por sempre acreditar em mim.

Ao meu cãozinho Ezio pelos momentos de alegria e distração durante as cansativas horas de estudo. Suas travessuras e jeito fofo de ser trouxe novos ares para minha casa e minha vida.

Ao meu namorado, amigo, companheiro e futuro (espero) marido Vinícius Honorato por estar sempre ao meu lado, pelo apoio incondicional em todos os momentos. Com ele consegui superar toda e qualquer dificuldade ao longo da graduação.

Aos meus familiares pelo total apoio e compreensão durante os dias em que precisei me ausentar. Em especial, ao meu tio Josemilton por incentivar meu ingresso na universidade mais linda de todas e por contribuir para a minha permanência na mesma.

À família do meu namorado, por me acolher com muito carinho.

Aos meus amigos Felipe, Marília e Carol pela amizade e por todos os momentos que passamos juntos. As horas de estudo em grupo não seriam as mesmas sem vocês.

À Faperj, ao PIBIC/ CNPq e a PROEXT/BIEXT/UFRRJ pela bolsa concedida para a realização desse trabalho.

Ao meu caríssimo professor orientador Marcelo Bairral, pela oportunidade de fazer parte do seu projeto de pesquisa durante esses três anos, por depositar sua confiança em mim e pelos valiosos ensinamentos.

À professora Gisela Pinto, uma das melhores docentes da graduação, por aceitar fazer parte da minha banca e por contribuir para minha pesquisa, aplicando os questionários em suas turmas. Vou guardar com carinho tudo que aprendi em suas aulas. Dela quero herdar o amor e carinho pelos seus discentes.

Aos professores Márcio Albuquerque, André Pereira e Orlando Pereira pela paciência e disposição a ajudar em qualquer momento.

Aos colegas dos grupos de pesquisa GEPETICEM e OBEDUC pela troca de experiências e pelas enriquecedoras discussões que tanto contribuíram para minha formação acadêmica.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

RESUMO

Muitas aulas de geometria ainda estão focadas no estudo das formas planas e no uso de figuras estáticas. Essa monografia tem a visualização como construto central e busca analisar o aprendizado dos participantes em atividades de geometria espacial implementadas com recursos didáticos variados. Elaboramos atividades com meios convencionais para explorar seções no cubo com professores e futuros professores de matemática. Verificamos que os sujeitos tiveram dificuldades de visualizar e representar algumas seções planas.

Palavras-chave: geometria espacial; visualização; atividades; recursos variados.

Sumário

Lista de tabelas

Lista de figuras

Lista de gráficos

Introdução

De forma tradicional, as aulas de matemática estão voltadas para uma metodologia estática, onde os alunos estão sujeitos a realizar sempre as mesmas tarefas. Isso se reflete nos corriqueiros exercícios de calcular, obter, armar e efetuar. Quase tudo consiste em aplicar as fórmulas certas em contextos que são exclusivamente matemáticos. Por causa desta deficiência no ensino da Matemática, grande parte dos estudantes possuem dificuldades em enxergá-la como uma ciência organizada (LELLIS e IMENES, 2001).

Desse modo, "pode-se afirmar que aprender matemática deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência, e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada com o domínio de um saber pensar matemático" (OLIVEIRA e VELASCO, 2007, p. 4). Trabalhar com geometria, em particular, nos permite entender as representações geométricas que fazem parte do nosso cotidiano e assim podemos desenvolver habilidades como as de experimentar, representar e argumentar assim como estimular a imaginação e a criatividade.

Mas, como está o ensino de Geometria? Essa tem sido uma preocupação constante de professores e estudiosos e será o foco da presente monografia. A presente investigação tem a visualização como construto central e busca analisar o aprendizado dos participantes em atividades de geometria espacial implementadas com recursos didáticos variados, pois consideramos este processo importante na aprendizagem de Geometria.

O primeiro capítulo apresentará a revisão bibliográfica de autores que tratam do tema visualização. Em seguida, faremos um paralelo entre visualização e percepção visual, enfatizando diferenças entre elas.

No segundo capítulo iniciaremos situando a trajetória de estudos prévios que deram origem a presente pesquisa. Também descreveremos as atividades implementadas e ilustraremos opiniões dos participantes com relação aos recursos utilizados nas tarefas.

O terceiro capítulo consistirá na análise da atividade **Cortando o cubo,** na qual os participantes deveriam usar papel e lápis para determinar as possíveis seções geradas nos cubos. Apresentaremos alguns tipos de respostas que surgiram durante as implementações e destacaremos algumas dificuldades dos sujeitos para a realização dessa atividade.

Finalmente, o quarto capítulo trará a análise de um questionário aplicado a professores e futuros professores de Matemática cujo objetivo consistia em investigar a visualização espacial dos participantes a partir das respostas apresentadas por cada um.

A título conclusivo ressaltamos que é preciso investir em uma nova arquitetura de aula visando reverter limitações na visualização e no aprendizado, dificuldade que muitas vezes gera desinteresse do aluno para os estudos futuros em matemática.

CAPÍTULO I: Visualização e percepção visual. Existe diferença?

"A visualização vai além da observação de algo, pois neste processo o indivíduo faz associações." (BAIRRAL, 2009)

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica de autores que tratam do tema visualização, mostrando suas ideias a respeito do referido tema. Em seguida, fazemos um paralelo entre visualização e percepção visual, enfatizando as diferenças entre elas.

Visualização é mais do que ver um objeto

Na escola, o trabalho realizado com geometria ainda prioriza o espaço plano, principalmente, abordando as figuras planas e os polígonos mais conhecidos. No entanto, outros tipos de formas aparecem em nosso cotidiano (BAIRRAL, 2009).

Bastos *apud* Bairral (2009) nos diz que através da geometria é possível interpretar, entender e intervir no espaço em que vivemos. Ela inclui a visualização de objetos, a sua representação, a manipulação dessas representações e a criação de novos objetos. Inclui, também, a resolução de problemas de aplicação da geometria a situações da vida real, a sua ligação à arte e outras coisas em comum.

No que diz respeito ao ensino de geometria espacial, Rogenski e Pedroso (2009, p. 5) afirmam que:

> (...) os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos.

No contexto geométrico, a habilidade de visualização é de grande importância, pois ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a controlar um conjunto de operações mentais básicas exigidas no trato da Geometria. Nesse sentido, Bairral (2009) afirma que quando percebemos visualmente um objeto, estamos desempenhando uma importante atividade cognitiva.

Senechal *apud* Costa (2002) afirma que a visualização é considerada uma ação matemática como o cálculo ou a simbolização, quando os estudantes procuram modelos matemáticos e relações. Em sintonia com esta ideia, Veloso (1998) destaca que visualizar não é somente o ato de ver um objeto, como se não existisse nesse momento nenhum tipo de raciocínio ou cognição. É preciso então criar maneiras de estimular esta habilidade no âmbito educacional.

Contudo, apesar de parecer que os educadores matemáticos reconhecem o potencial do raciocínio visual, Dreyfus *apud* Costa (2002) diz que a sua implementação na sala de aula está faltando. O autor destaca que educadores e/ou quem desenvolve o currículo não atribuem à visualização o seu completo valor, acreditando que o raciocínio visual só pode ser adquirido através de um trabalho refletido e árduo. Assim, ao realizar uma proposta de ensino baseada na visualização os professores se veem obrigados a reavaliar a sua prática.

O ato de visualizar, no entanto, não é simples e consiste em uma habilidade de caráter individualizado. É preciso então criar maneiras para estimulá-la, por exemplo, com o uso de recursos informáticos que permitam o estudo do objeto em questão por vários ângulos. Ao analisar nossas implementações realizadas com o *software* SketchUp, percebemos que os participantes mesmo cientes da ideia matemática envolvida nas atividades, apresentaram dificuldades em representar o visualizado (BAIRRAL, SETTIMY e HONORATO, 2013).

Conway *apud* Veloso (1998) acredita que visualização diz respeito à construção e manipulação de imagens mentais. Essas imagens podem destinar-se a reproduzir situações que não estão visíveis naquele momento mas que são familiares, ou podem tentar estudar situações inacessíveis que apenas podem ser imaginadas. Assim, podemos entender o processo de visualização como:

> uma forma de verificar a capacidade que as pessoas têm para realizar tarefas que exigem imaginação e intuição mentais de objetos espaciais, muitas vezes, **fora do alcance visual**, com a finalidade de realizar operações geométricas a serem feitas com tais objetos. Algumas vezes, esses objetos estão ao alcance dos indivíduos apenas em representações desenhadas em papel, nem sempre possibilitando a real interpretação dos mesmos. (MARIN e LEIVAS, 2013, p. 106-107, grifo da autora).

Neste sentido, Veloso (1998) propõe uma atividade cujo objetivo é treinar a visualização sem qualquer modelo presente, nem mesmo uma figura. Para tanto, a atividade consistia em imaginar um tetraedro regular e os pontos médios de cada aresta e perceber que polígonos obtemos quando os unimos. O objetivo era descobrir qual o sólido gerado pela união desses pontos médios. No entanto, o próprio autor comenta sobre prováveis dificuldades com relação a este exercício:

1) É preciso, antes de tudo, ter uma imagem clara de um tetraedro em nossa memória.
2) Apesar de menor importância, mas que pode ocorrer caso não haja algum trabalho envolvendo sólidos platônicos, seria de não conseguir atribuir o nome de octaedro ao sólido final.
3) "Ver[1]" todas as faces do novo sólido. Este consiste em um momento que exige pura visualização.

Mediante este exemplo podemos perceber que a visualização trata-se de uma habilidade de caráter individualizado e que esta não é inata a todos os indivíduos. Em sintonia com as ideias de Conway *apud* Veloso (1998), acreditamos que seja possível desenvolver atividades que estimulem o pensamento visual no intuito de diminuir os problemas de aprendizagem como também identificar os modos de pensamento visual com que os alunos lidam.

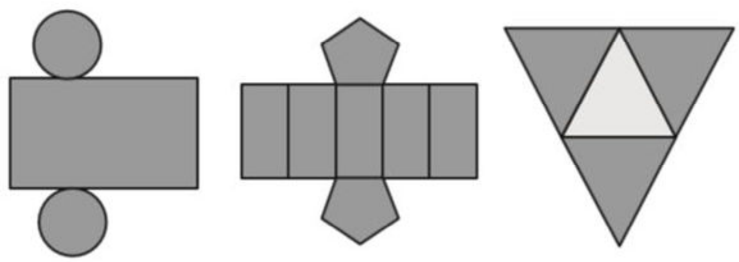
Questões que envolvem o processo de visualização estão cada vez mais presentes nas atuais avaliações em larga escala. Por exemplo, a seguir

[1] O autor considera que o verbo ver está associado à habilidade de visualização.

apresentamos duas questões do ENEM, uma referente ao ano de 2012 (Figura 1) e outra do ano de 2014 (Figura 2).

QUESTÃO 141

Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

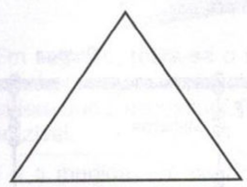
- (A) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- (B) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- (C) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- (D) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- (E) Cilindro, prisma e tronco de cone.

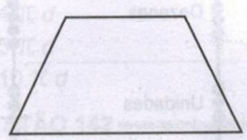
Figura 1 - Questão 141 do caderno amarelo (2º dia)
Fonte: ENEM, 2012, p. 20

QUESTÃO 148

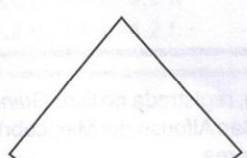
Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

Qual deverá ser a forma do adesivo?

A 

B 

C 

D 

E 

Figura 2 - Questão 148 do caderno rosa (2º dia)
Fonte: ENEM, 2014, p. 22

Apesar da maioria das representações de objetos geométricos ser perceptível visualmente é importante que não haja confusão com a habilidade de visualização, isto é, a habilidade de perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção visual das representações disponíveis desse objeto. Então, o que difere a visualização da percepção visual? Vejamos.

Visualização e percepção visual

Muitos podem acreditar em um primeiro momento que não há diferença entre visualização e percepção. No entanto, a percepção visual está mais ligada aos nossos sentidos, às nossas primeiras impressões em relação ao objeto geométrico em questão. Para Veloso (1998), existe no ato de ver, na percepção visual, uma participação ativa e inteligente.

O mesmo autor salienta o uso dos verbos olhar e ver para exprimir o sentido da visão, onde o primeiro indica uma atitude mais passiva, enquanto o outro, pelo contrário, diz respeito a uma iniciativa da pessoa que vê. Este último verbo está mais ligado à habilidade de visualização, na qual o indivíduo participa ativamente deste processo, no qual não necessariamente o objeto precisa estar em nosso campo de visão para podermos pensar sobre ele. Bairral (2009) conclui que a visualização vai além da observação de algo, pois neste processo o indivíduo faz associações.

Segundo Veloso (1998), o ensino de Matemática, em sua totalidade, ainda é dominado pela verbalização e pela sequência números-álgebra-análise. Esta tradição é consequência natural do desenvolvimento da história da matemática no século XIX, em que a busca pelo rigor na análise implicou na rejeição pelas demonstrações apoiadas em figuras ou na intuição geométrica. Sublinha o autor que mesmo vivendo em uma sociedade marcada pelo visual, a escola ainda tem restrições quanto ao seu uso e importância.

Dessa forma, é preciso reconhecer a importância e o potencial tanto da percepção visual quanto da visualização. Veloso (op. cit.) afirma que precisamos “aprender a ver”, visto que vivemos em uma sociedade em que os aspectos visuais predominam. Assim, este aprendizado só se torna possível mediante a experiência seguida de reflexão.

Como forma de sintetizar as ideias discutidas neste capítulo, elaboramos a ilustração (Figura 3) com palavras-chave relacionando visualização e percepção visual a partir das leituras discorridas neste capítulo.

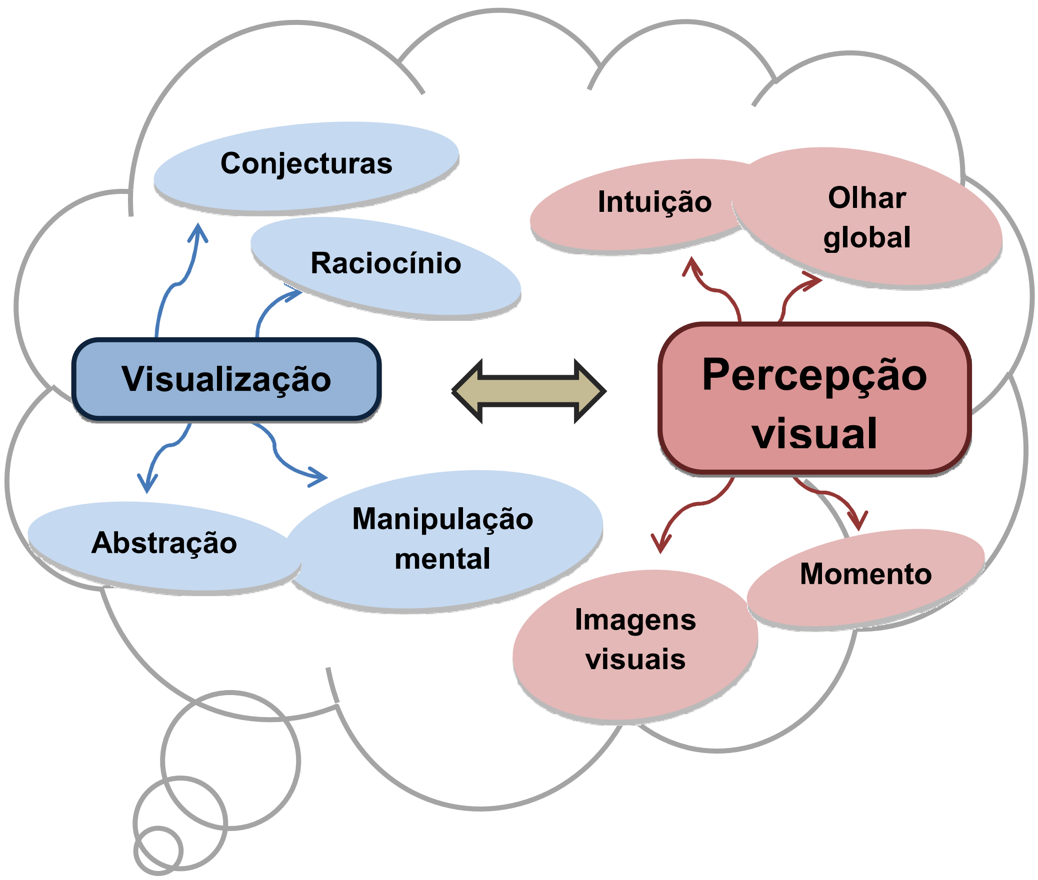


Figura 3 - Palavras-chave relacionando visualização e percepção visual
Fonte: Elaboração da autora

CAPÍTULO II: Onde tudo começou

“Imaginamos com mais detalhes e pensamos e projetamos 3D em nossas mentes.” (Aluno 1)

“Aprendi que o cubo pode ser cortado de várias formas tendo no mínimo 3 pontos a disposição.” (Aluno 3)

Neste capítulo iniciamos situando a trajetória de estudos prévios que deram origem a presente pesquisa, descrevendo as atividades implementadas em oficinas bem como a opinião dos participantes com relação aos recursos utilizados nas tarefas.

Trajetória da pesquisa

Esta monografia é fruto da pesquisa iniciada em novembro de 2011 através de uma bolsa de Iniciação Científica financiada pela FAPERJ e, posteriormente, pelo CNPq em 2012 e 2013. Atualmente, a pesquisa é integrante do Projeto Materiais Curriculares Online para a Matemática na Educação Básica, financiado pela Capes (Observatório da Educação), coordenado pelo professor Marcelo Almeida Bairral[2] e com bolsa de extensão da UFRRJ/PROEXT/BIEXT.

Após a elaboração e a revisão das atividades, foram realizadas duas oficinas em que uma apostila foi utilizada como material didático. A apostila teve três versões. Ela foi dividida em três blocos de atividade: *cortando o cubo, utilizando o software SketchUp*[3] *e utilizando material em acrílico.*

Na atividade **Cortando o cubo** os participantes devem usar papel e lápis para determinar as possíveis seções geradas nos cubos. Escolhemos o cubo, pois este é uma figura do espaço tridimensional muito comum. Além dessa familiaridade, podemos encontrar relações matemáticas importantes neste poliedro e precisamos desenvolvê-las em aulas de Matemática. Sendo

---

[2] www.gepeticem.ufrrj.br

[3] O detalhamento desse trabalho é fruto do estudo de Vinícius Honorato, também bolsista de IC da Faperj durante o período de Novembro de 2011 a Novembro de 2012.

assim, para fazer os cortes, eles devem levar em consideração os pontos dados (visíveis) e as possíveis seções que passam por eles.

Para o desenvolvimento desta atividade foi utilizado como ferramenta de auxílio o *software* SketchUp. Os participantes deveriam construir um cubo e posicioná-lo de forma que ficasse pendurado por um único vértice. Em seguida era necessário construir um plano para que com este pudessem cortar o cubo e verificar as seções obtidas. Abaixo, seguem alguns resultados:

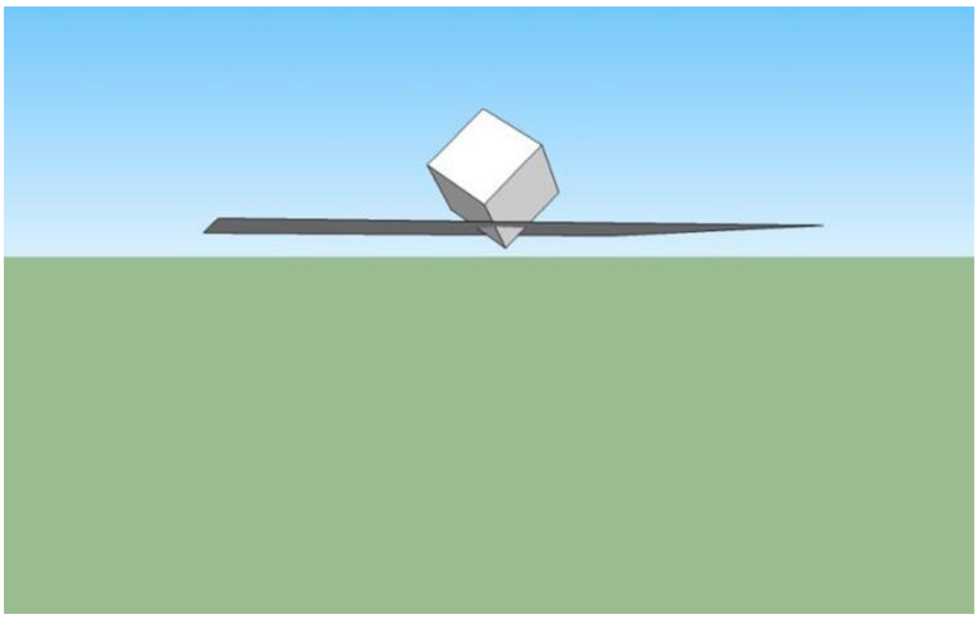


Figura 4 - Cubo sendo seccionado
Fonte: Elaboração da autora

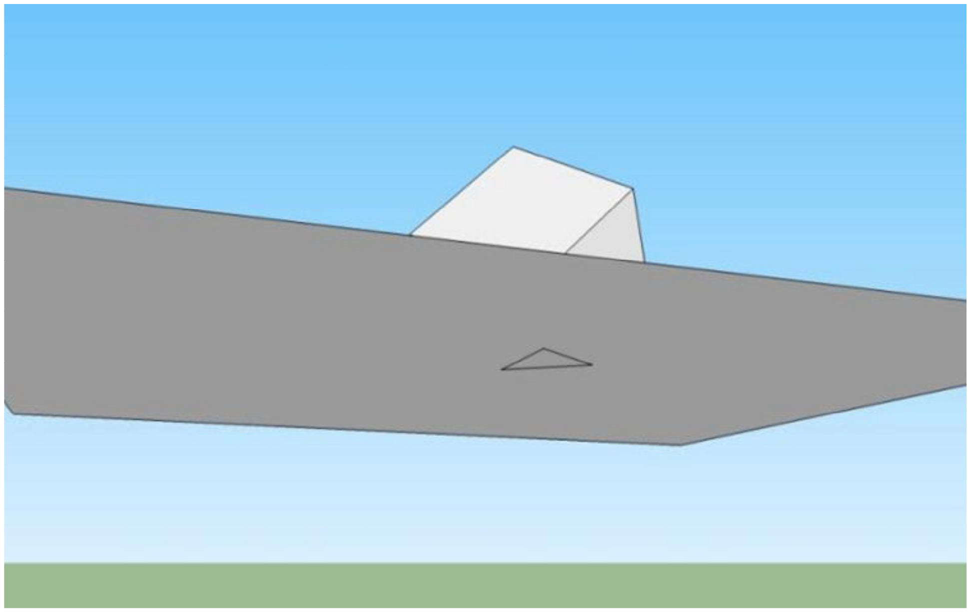


Figura 5 - A seção gerada no plano
Fonte: Elaboração da autora

No bloco final de atividades foram distribuídos poliedros (dentre eles o cubo) em acrílico preenchidos com água. Nesta atividade, os participantes utilizavam o cubo de acrílico parcialmente preenchido com água para verificar as seções indicadas na atividade com o SketchUp. A seguir, ilustramos no quadro abaixo a proposta do exercício.

Quadro 1 – Ilustração da atividade com o material em acrílico

ATIVIDADE COM MATERIAL EM ACRÍLICO
Agora iremos verificar possíveis seções planas em um cubo utilizando material manipulável. Usaremos um cubo que funcionará como um recipiente. Nele colocamos água (ela servirá como o plano) pela pequeno furo na parte superior. Posicionamos da mesma forma com que é proposta no exercício anterior e a partir da quantidade inserida dentro do material, identificamos as possíveis seções. A seguir ilustramos o cubo construído em acrílico. Este recurso pode ser obtido em Müller Abrange Materiais Didáticos (http://www.solidosgeometricos.com.br/).

Fonte: Settimy, 2012, p. 14

A intenção era que a água fizesse o papel do plano, para que assim fossem obtidas as seções. Utilizamos o material em acrílico (Figura 6) apenas como mais um recurso para auxiliar os participantes que estavam com dificuldades de visualizar os pontos "escondidos" da seção de corte, pois sabemos que cada recurso traz uma contribuição diferente no aprendizado (LEMOS e BAIRRAL, 2010).

Figura 6 - Cubo de acrílico utilizado nas oficinas
Fonte: Foto tirada pela autora do recurso disponível na sala 30 do Instituto de Educação da UFRRJ

Ao final de cada implementação, os participantes eram convidados a escrever sobre o que aprenderam com cada um dos recursos trabalhados na oficina. A partir do que foi coletado, foi feita uma análise das respostas de alguns graduandos de Matemática que participaram da oficina, os quais chamamos de Aluno 1, Aluno 2 e Aluno 3.

Aluno 1

Recurso	Algo que você aprendeu
Cortando o cubo	Imaginamos com mais detalhes, e pensamos e projetamos 3D em nossas mentes.
Trabalhando no SketchUp	Recurso excelente, fácil de utilizar e deveria ser trabalhado em sala de aula.
Usando material em acrílico	Os detalhes do material, facilita a visualização.

Figura 7 - Aprendizado do aluno 1 em cada recurso utilizado na oficina
Fonte: Foto tirada pela autora da resposta do Aluno 1

Para este aluno, a atividade cortando o cubo auxiliou a projetar a imagem em 3D mentalmente. Para ele, todos os recursos facilitam a visualização.

Aluno 2

Recurso	Algo que você aprendeu
Cortando o cubo	A secção feita e sua visualização.
Trabalhando no SketchUp	Visualização por vários ângulos, perspectivas e a despertar essa curiosidade nos alunos.
Usando material em acrílico	Noção de formas, volumes na prática e a perfeição do "encaixe" para se obter o resultado.

Figura 8 - Aprendizado do aluno 2 em cada recurso utilizado na oficina
Fonte: Foto tirada pela autora da resposta do Aluno 2

Para o segundo aluno as atividades lhe possibilitaram a visualização por diferentes perspectivas. Segundo ele, a atividade com o material em acrílico contribuiu para que tivesse uma noção maior de forma e volume do objeto em questão, que no caso era o cubo.

Aluno 3

Recurso	Algo que você aprendeu
Cortando o cubo	Aprendi que o cupo pode ser cortado de varias formas tendo no mínimo 3 pontos a disposição
Trabalhando no SketchUp	Aprendi a fazer várias figuras geometricas
Usando material em acrílico	Visualizar de forma mais clara o trabalho realizado pelo software.

Figura 9 - Aprendizado do aluno 3 em cada recurso utilizado na oficina
Fonte: Foto tirada pela autora da resposta do Aluno 3

Para este aluno todos os recursos contribuíram para visualizar de forma mais clara. Na atividade cortando o cubo ele percebeu as variadas seções que podem ser obtidas ao seccionar um cubo e explicitou que aprendeu que é necessário que se tenha no mínimo três pontos para formar a seção.

Neste capítulo, relatamos brevemente algumas experiências vivenciadas junto aos alunos usando recursos físicos, abstratos e tecnológicos. Para os alunos, o recurso físico facilitou a visualização do objeto trabalhado, enquanto o recurso abstrato proporcionou aos participantes a descoberta das variadas seções no cubo. Já o recurso tecnológico permitiu que os alunos explorassem o cubo em diferentes perspectivas.

A seguir, veremos a análise da atividade Cortando o cubo, que consistia no primeiro bloco de exercícios propostos nas oficinas.

CAPÍTULO III: Análise da atividade cortando o cubo

Os sujeitos, mesmo cientes do número mínimo de pontos para a determinação de seções planas, apresentaram dificuldades em representar o visualizado.

Esta atividade foi proposta em todas as implementações. No quadro abaixo apresentamos todas as oficinas ministradas desde 2012 com o respectivo público-alvo.

Quadro 2 – Oficinas realizadas desde 2012

Data	Oficina (de 4h cada)	Público-alvo
Maio 2012	O Uso do Google Sketchup em situações de geometria	3 professores e 12 graduandos
Março 2013	Desenvolvendo a visualização geométrica com o SketchUp	8 graduandos de Matemática
Julho 2013	Cortando um cubo e aprendendo geometria com diferentes recursos	7 graduandos de Matemática
Julho 2013	O velho e o novo em aulas: seccionando o cubo com diferentes recursos e desenvolvendo o pensamento geométrico.	3 professores e 8 futuros professores de Matemática

Fonte: Elaboração da autora

Esse bloco de atividades intitulado cortando o cubo foi adaptado de Alonso e Salar (1992). Para realizar as tarefas os participantes podiam usar lápis para determinar as possíveis seções nos cubos. Eles precisavam levar em consideração os pontos visíveis (ou invisíveis) e as possíveis seções que passam por eles. Por exemplo, qual será a seção de corte que passa pelos três pontos indicados em cada cubo abaixo? Exemplo de respostas dadas (Figura 10):

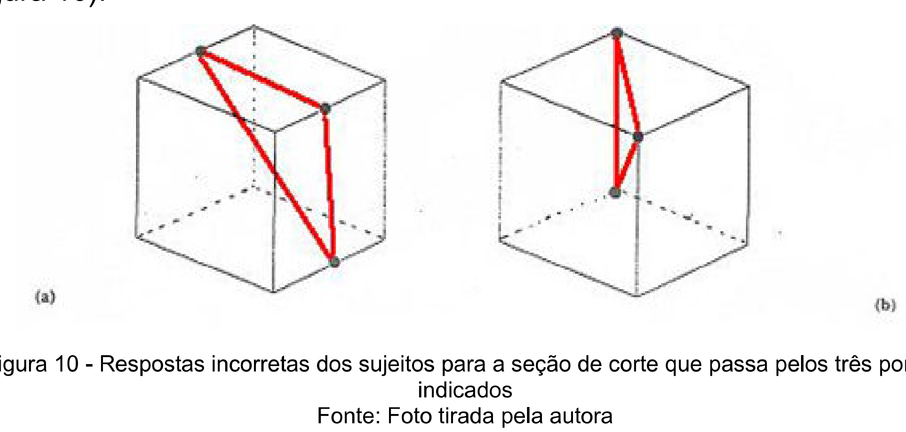


Figura 10 - Respostas incorretas dos sujeitos para a seção de corte que passa pelos três pontos indicados
Fonte: Foto tirada pela autora

Mesmo as atividades tendo sido propostas de situações mais simples (com os quatro pontos visíveis) às mais complexas (com apenas dois), os participantes, em sua grande maioria apresentaram o mesmo tipo de equívoco: apenas ligaram os pontos deliberadamente sem pensar o que era preciso para formar uma seção plana e, inclusive, que poderia haver um “ponto escondido”. Conforme ilustrado a seguir (Figura 11), quando foram dados dois pontos muitos traçaram apenas um segmento.

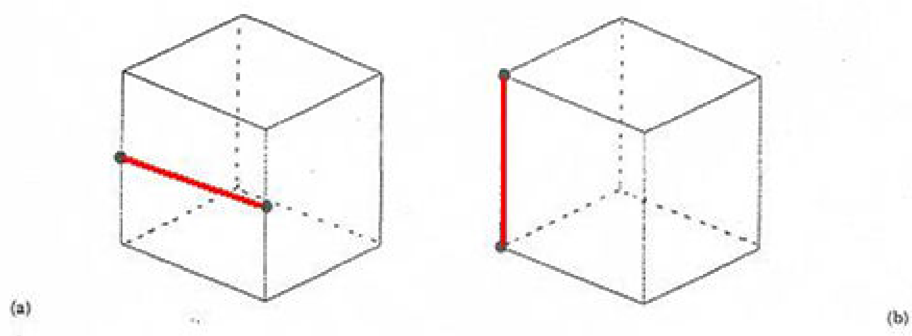


Figura 11 - Respostas incorretas dos sujeitos para a seção de corte que passa pelos dois pontos indicados
Fonte: Foto tirada pela autora

Perguntamos aos participantes em qual caso eles tiveram mais dificuldade em traçar a seção. Por unanimidade, o caso em que se disponibiliza apenas 2 pontos foi escolhido como o mais difícil de fazer a seção de corte. Acreditamos que seja porque o número de pontos dados foi reduzido, fazendo com que houvesse um estímulo e percepção maior para encontrar os dois outros “pontos escondidos”, gerando assim maior dificuldade para os participantes.

Os sujeitos, mesmo cientes do número mínimo de pontos para a determinação de seções planas, apresentaram dificuldades em representar o visualizado. Possíveis seções para este caso (Figura 12) seriam:

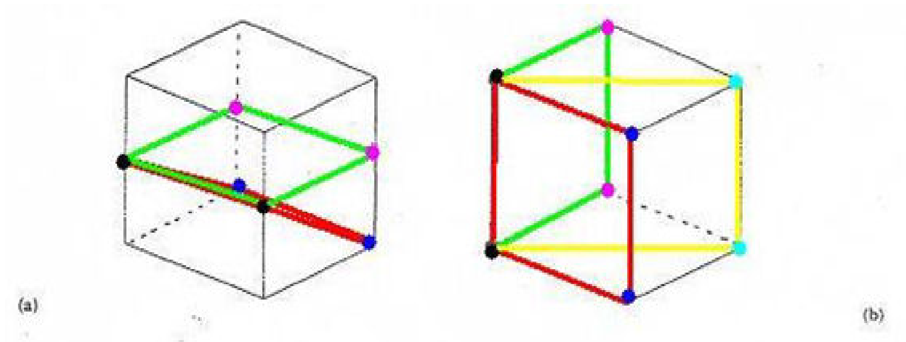


Figura 12 - Alguns exemplos das possíveis seções de corte que passam pelos dois pontos indicados
Fonte: Foto tirada pela autora

Contudo*, a ideia* de somente ligar os pontos ainda ocorreu. Seguindo com a realização das atividades questionamos: *Qual o número mínimo de pontos necessários para que você tenha segurança de que a seção de corte será apenas uma?* Os participantes alegaram que deveriam existir, no mínimo, 3 pontos usando como justificativa o fato de que 3 pontos determinam um plano. Essa ideia emergiu somente após questionamentos provocados pelos dinamizadores. Apesar de terem ciência do que é preciso para se obter um plano, muitos apresentaram respostas equivocadas (Figura 13), por exemplo.

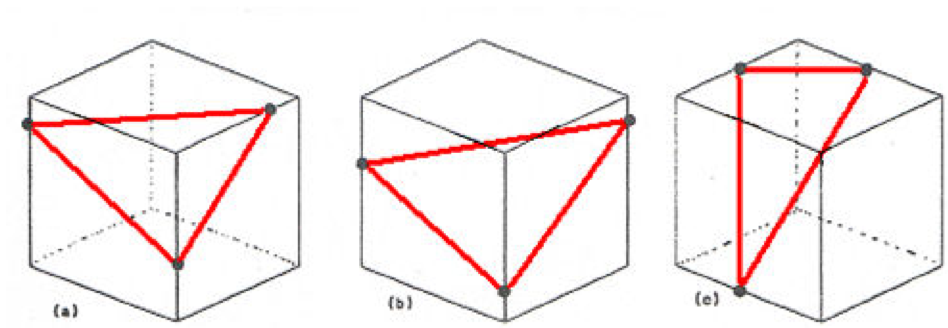


Figura 13 - Respostas incorretas dos sujeitos para a seção de corte que passa pelos três pontos indicados
Fonte: Foto tirada pela autora

Para os casos acima as seções corretas de corte corretas (Figura 14) seriam:

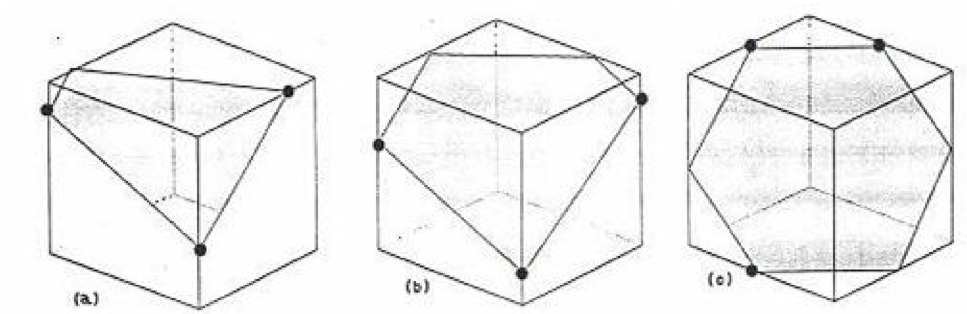


Figura 14 - Resposta correta para cada caso de seção que passa pelos três pontos indicados
Fonte: Alonso e Salar, 1992, p. 7

Através da análise desta atividade, percebemos que os sujeitos envolvidos nas implementações tinham dificuldades em visualizar as seções geradas. Assim, no próximo capítulo discutimos sobre os questionários aplicados com professores e futuros professores de Matemática como forma de investigar o aprendizado dos sujeitos em Geometria.

CAPÍTULO IV: Análise dos questionários

“Não, nem sempre isso acontece pois algumas vezes o plano não pode ser determinado com apenas três pontos.” (Graduando 4)

“Não pode ser um losango pois se forma uma figura tridimensional, que parece um losango mas não é plano.” (Graduando 3)

Em relatório de pesquisa anterior (SETTIMY, 2013) analisamos respostas dadas a um questionário feito com 48 graduandos de Matemática. O instrumento consistia de 10 afirmativas em que os sujeitos deveriam verificar sua veracidade ou falsidade. Todos os itens do questionário têm a visualização geométrica como foco. Segue o questionário (Quadro 3) respondido corretamente:

Quadro 3 – Questionário realizado com os graduandos de Matemática

Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) para as seguintes afirmativas:

1. (V) Um quadrado é um quadrilátero.
2. **(F) Três pontos sempre determinam um plano.**
3. (V) Um cubo é um poliedro.
4. (F) Um cubo possui quatro faces.
5. (F) Sempre que um plano intersecta um cubo, é determinada uma seção quadrada.
6. (V) Em um cubo, um plano secante a dois planos paralelos entre si, intersecta-os segundo retas paralelas.
7. **(F) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango.**
8. (F) As faces de um cubo são paralelas.
9. (V) Um cubo possui quatro diagonais.
10. (V) Imagine um cubo e um dos seus vértices. É possível obter uma seção retangular passando por esse vértice?

Fonte: Elaboração da autora

A partir do levantamento de respostas certas e erradas verificamos que metade dos participantes errou as alternativas 2 e 7. Isto pode ser melhor visualizado a partir do gráfico a seguir:

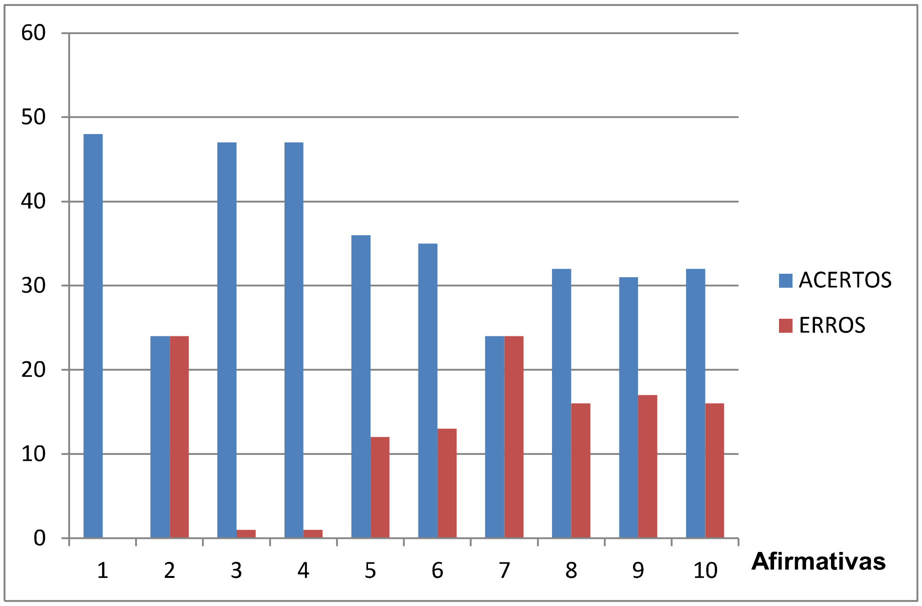


Gráfico 1 – Levantamento dos acertos e erros nas afirmativas
Fonte: Elaboração da autora

Acreditamos que a quantidade de respostas erradas para a alternativa 2 ocorreu porque os participantes não se atentaram ao fato de que era preciso que os três pontos sejam não colineares para determinar o plano. Já para a alternativa 7 provavelmente isto ocorreu pelo fato de que era preciso ter uma maior prática de visualização para conseguir formar o objeto mentalmente.

Buscando enriquecer a análise dos dados obtidos, o questionário foi revisado e criou-se uma nova versão, agora com justificativa, a partir destas alternativas que chamaram a atenção.

A seguir, ilustramos o questionário que foi aplicado após a implementação. Neste estaremos detalhando as perguntas 2 e 7 porque no estudo anterior (BAIRRAL et al. 2013) percebemos que mesmo os participantes cientes da ideia matemática envolvida nas atividades, apresentaram dificuldades em representar o visualizado. Além disso, elas trazem dois aspectos relacionados ao propósito do nosso estudo e que sustentam nossas análises.

Quadro 4 – Questionário com justificativa

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas.
(F) Três pontos sempre determinam um plano.
Para determinar um plano os três pontos precisam ser não-colineares
(F) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango.
Formamos um octaedro.

Fonte: Elaboração da autora

Em uma aplicação do novo questionário, contabilizamos as respostas certas e erradas de 7 professores e 27 futuros professores de Matemática (Tabela 1). Alguns destes graduandos possivelmente participaram da aplicação da primeira versão do questionário, embora não fosse uma preocupação nossa em realizar com os mesmos sujeitos .

Tabela 1: Avaliação quantitativa das respostas do questionário

AFIRMATIVAS	ACERTOS	ERROS
1	32	2
2	28	6

Fonte: Elaboração da autora

Podemos observar que houve um menor número de erros em ambas as afirmativas. Acredita-se que esse avanço possa ser decorrência de melhoria dos conceitos matemáticos a partir de atividades da intervenção. A alternativa 2 teve mais erros provavelmente por esta exigir um maior exercício da visualização espacial.

A seguir, selecionamos algumas respostas obtidas na aplicação do questionário e realizamos uma análise qualitativa das justificativas apresentadas pelos participantes.

Professor 1

Quadro 5 – Resposta apresentada pelo professor 1

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas. (F) Três pontos sempre determinam um plano. **Para que três pontos determinem um plano é necessário que eles sejam não-colineares. Se forem colineares não determinam.** (F) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango. **Porque formamos uma figura tridimensional, um octaedro com faces triangulares.**

Fonte: Elaboração da autora

Ambas as justificativas apresentadas pelo professor estão corretas. No entanto, dizer que o octaedro possui faces triangulares não era uma informação necessária, pois em todo octaedro só existe esta possibilidade de face.

Professor 2

Quadro 6 – Resposta apresentada pelo professor 2

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas. Três pontos sempre determinam um plano. (F) **Três pontos nem sempre determinam um plano.** (V) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango. **Quando unimos o ponto central de um cubo podemos formar um losango.**

Fonte: Elaboração da autora

Neste caso, além do professor ter errado a segunda alternativa, suas duas justificativas consistiam apenas em reescrever os enunciados, não apresentando nenhuma fundamentação.

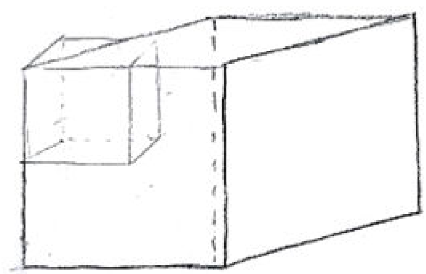
Graduando 1

Quadro 7 – Resposta apresentada pelo graduando 1

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas.

(F) Três pontos sempre determinam um plano.
Dependendo de que Geometria analisarmos. Pela Geometria Esférica, três pontos não determinam um plano. Logo pela Geometria Plana a afirmação é verdadeira.

(F) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango.



Fonte: Elaboração da autora

Curiosamente, o participante tentou utilizar a Geometria Esférica[4] para justificar sua resposta. Porém, sua fundamentação foi insuficiente para alcançar o resultado desejado (três pontos não-colineares).

A justificativa do participante para a afirmativa 2 se deu através de um desenho.

[4] Geometria esférica é um tipo de geometria não euclidiana que trabalha com a superfície bidimensional da esfera.

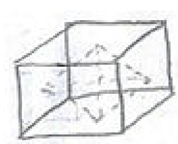
Graduando 2

Quadro 8 – Resposta apresentada pelo graduando 2

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas.

(F) Três pontos sempre determinam um plano.
Pois esses pontos podem estar numa mesma reta e nesse caso eles não iriam determinar um plano

(F) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango.



Pois a figura que se forma é um sólido  **como em 3D. Já o losango é uma figura geométrica** 

Fonte: Elaboração da autora

Na primeira alternativa, apesar do participante não mencionar em sua resposta “três pontos não-colineares”, sua justificativa está correta. Ao estabelecer a relação de que os pontos numa mesma reta não iriam determinar um plano, ele está utilizando a ideia da não-colinearidade como justificativa.

A resposta apresentada pelo participante na segunda alternativa demonstra que ele consegue trabalhar melhor com a sua visualização espacial. Em sua justificativa, podemos observar através de desenhos que ele consegue perceber a diferença entre o espacial e o plano.

Graduando 3

Quadro 9 – Resposta apresentada pelo graduando 3

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas. (F) Três pontos sempre determinam um plano. **Os pontos devem ser não-colineares.** Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango. (F) **Não pode ser um losango pois se forma uma figura tridimensional, que parece um losango mas não é plano.**

Fonte: Elaboração da autora

A justificativa da segunda afirmação mostra que o participante percebeu que a figura gerada é tridimensional e não é um losango. Apesar disso, ele não consegue estabelecer um nome para ela (octaedro).

Graduando 4

Quadro 10 – Resposta apresentada pelo graduando 4

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas. (F) Três pontos sempre determinam um plano. **Não, nem sempre isso acontece pois algumas vezes o plano não pode ser determinado com apenas três pontos.** (V) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango. **Sim sempre que unimos o ponto central de cada face do cubo achamos um ponto e eles formam um losango.**

Fonte: Elaboração da autora

Neste caso, além do participante ter errado a segunda alternativa, suas duas justificativas consistiam apenas em reescrever os enunciados, não apresentando nenhuma fundamentação.

Graduando 5

Quadro 11 – Resposta apresentada pelo graduando 5

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas. (F) Três pontos sempre determinam um plano. **Para se determinar um plano é necessário ter três pontos não-colineares.** Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango. (F) **Pois ligando todos os pontos centrais teremos um sólido (semelhante a um balão).**

Fonte: Elaboração da autora

A justificativa da segunda afirmação mostra que o participante percebeu que a figura gerada é um sólido e que é semelhante a um balão, mas não consegue estabelecer um nome para ela (octaedro).

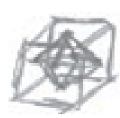
Graduando 6

Quadro 12 – Resposta apresentada pelo graduando 6

Coloque V (verdadeiro) e F (falso) para as seguintes afirmativas. Justifique suas respostas.

(F) Três pontos sempre determinam um plano.
Três pontos não colineares que determinam um plano.

(F) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango.

Falso. Formamos o octaedro. 

Fonte: Elaboração da autora

Ambas as justificativas apresentadas estão corretas. Um fato interessante é que o participante utilizou um desenho para enriquecer sua resposta.

A partir das respostas apresentadas e analisadas anteriormente verificamos que os respondentes:

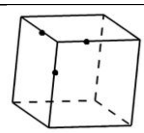
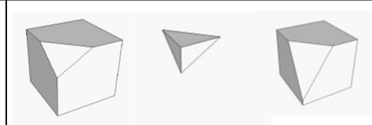
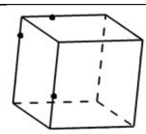
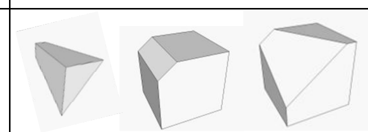
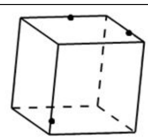
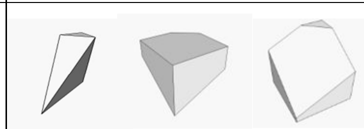
- reescrevem os enunciados propostos na tarefa e não apresentam nenhuma informação sobre o seu aprendizado ou sobre o seu desconhecimento do conteúdo;
- percebem, embora sem justificativa fundamentada, que a análise da não colinearidade de três pontos pode ser observada em outro tipo de geometria, a esférica;
- percebem que a figura tridimensional que é gerada, mas não a denominam; e
- justificam corretamente e enriquecem suas respostas com desenhos e, em alguns casos, aparentam perceber a diferença entre o aspecto espacial e o plano.

Dessa forma, podemos destacar que o tipo de atividade proposta no questionário pode ser inserida nas aulas e, inclusive, as respostas dadas pelos sujeitos podem ser usadas pelo professor para esclarecer dúvidas e animar os sujeitos a revisarem suas respostas.

A partir de implementações anteriores também foi feita a revisão de atividades. A seguir apresentamos outros exemplos de atividades elaboradas, mas que não foram implementadas. Acreditamos que o uso dessas situações pode gerar novos resultados para aulas que visem potencializar a visualização em Geometria.

Atividade 1: Observando, descrevendo e montando

Quadro 13 – Atividade *Observando, descrevendo e montando*

Ilustração	Desenhe a forma da seção de corte	Descreva a seção	Quais das alternativas abaixo correspondem aos sólidos gerados?
			
			
			

Fonte: Elaboração da autora

Atividade 2: Construindo no GeoGebra 3D[5]

Quadro 14 – Atividade *Construindo no GeoGebra 3D*

Lembre-se da questão “Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango”. Execute a construção de um cubo e ligue o ponto central de cada face no *software* GeoGebra 3D. Você consegue identificar o poliedro gerado?

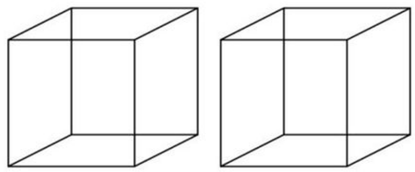
Fonte: Elaboração da autora

[5] O detalhamento deste trabalho é fruto da pesquisa de Vinícius Honorato, também integrante do Gepeticem e que desenvolve pesquisa utilizando este *software*.

Atividade 3: Traçando os cortes

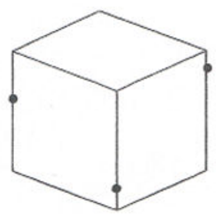
Quadro 15 – Atividade *Traçando os cortes*

1) nos cubos seguintes, ilustre:



a) um corte que tenha uma forma retangular
b) um corte que tenha a forma triangular

2) Seguindo a sequência de pontos indicada será possível formar um "pentágono"? Por quê?



Fonte: Elaboração da autora

Atividade 4: Cortando e separando

Quadro 16 – Atividade *Cortando e separando*

Imagine um cubo. Considere um de seus vértices e as arestas que chegam a ele. Fazendo um corte plano que passe pelos três pontos médios das arestas consideradas o cubo se partirá em duas partes, uma maior e outra de menor volume.

(a) Qual será a forma do corte?
(b) Qual a forma da parte (sólido) de menor volume?
(c) Desenhe cada um dos sólidos e apresente duas observações sobre os mesmos. Justifique suas respostas.

Fonte: Elaboração da autora

Atividade 5: O cubo pendurado

Quadro 17 – Atividade *O cubo pendurado*

Imagine um cubo pendurado por um dos vértices e um plano horizontal que se desloca de baixo para cima. Desenhe e descreva três seções possíveis (polígonos regulares ou não, etc.) que o plano vai fazendo sucessivamente no cubo. **Comentário:** Imagine um cubo sendo mergulhado em uma piscina, onde a superfície da água é o plano horizontal de referência. Ou, pense em cubo de acrílico (transparente) parcialmente cheio de água. Ao mexermos o cubo vamos formando e visualizando várias secções.

Fonte: Elaboração da autora

Atividade 6: Pintando os vértices

Quadro 18 – Atividade *Pintando os vértices*

Imagine um cubo e um de seus vértices. Quantas arestas chegam neste vértice? Imagine que você pintou com caneta hidrocor preta esse vértice. Seguindo por uma das arestas do vértice pintado, vá a um vértice vizinho e pinte-o também. Deste modo, seu cubo imaginado possui uma das arestas com os extremos pintados. (a) Quantas arestas do cubo possuem apenas um extremo pintado de preto? (b) Quantas arestas do cubo não têm extremos pintados? (c) Quantas faces do cubo possuem algum vértice pintado? (d) Quantas faces não têm vértices pintados? Discuta com seus colegas e com o tutor suas respostas!

Fonte: Elaboração da autora

Considerações Finais

Esperamos que esse trabalho monográfico conscientize o leitor (professor ou futuro professor) sobre a importância da visualização em geometria e desperte o seu interesse para pensar em novas formas de ensinar. A abordagem da geometria espacial no currículo não pode se restringir ao cálculo de áreas e volumes.

Em nossas implementações verificamos que apenas a realização das atividades não é suficiente para que os sujeitos relembrem as propriedades da geometria euclidiana (BAIRRAL et al., 2013). Com isso, ressaltamos a importância da interação nas aulas de matemáticas.

Nem sempre as atividades, ainda que elaboradas com certa ordenação de dificuldades (da mais simples à mais complexa), são suficientes. E, no caso das tarefas aqui ilustradas e analisadas, temos um outro componente que precisa ser potencializado em geometria: a visualização e a representação do que foi visto. Às vezes o indivíduo pode saber a propriedade, mas ter dificuldades em representar o visualizado. Além disso, a análise do questionário vai de encontro com uma das dificuldades citadas por Veloso (1998) ao propor a atividade do tetraedro regular: alguns sujeitos não conseguiram atribuir o nome de octaedro ao sólido gerado pela união dos pontos centrais das faces do cubo.

A visualização, embora seja um processo individual, é uma habilidade que também precisa ser ensinada. Assim, consideramos relevante implementarmos atividades com recursos variados de modo que cada um traga contribuições diferentes ao aprendizado e que o docente possa ir auxiliando o seu aluno na habilidade de visualizar um objetivo.

Nosso estudo ratifica que o entendimento de uma propriedade geométrica e sua representação nem sempre caminham juntos no aprendizado matemático (BAIRRAL et al., 2013). Às vezes o sujeito pode saber a propriedade, mas tem dificuldades em representar o visualizado.

As dificuldades referentes à visualização são um fato que tornam o ensino e a aprendizagem da geometria cada vez mais desafiadores.

Acreditamos que a utilização dos diferentes recursos pode auxiliar docentes e discentes nesse processo. Portanto, é preciso investir em uma nova arquitetura de aula visando reverter essa limitação na visualização e no aprendizado, dificuldade que muitas vezes gera desinteresse do aluno para os estudos futuros em matemática.

Em linhas gerais, nossas implementações apresentaram bons resultados e despertaram o interesse nos participantes. Como sugestão para futuros estudos a proposta integrante desta monografia pode ser enriquecida com a análise de situações de atividades com cortes de sabão (LOPES, 1995) e mediante a exploração de planificações de poliedros utilizando *softwares* como, por exemplo, *o* Poly[6].

Trabalhar com diferentes recursos em sala de aula é importante, pois proporciona novas experiências tanto para alunos quanto para o professor. Os alunos se sentem mais motivados a aprender e constroem seu próprio conhecimento matemático. Já o professor deve reconhecer que estes recursos servem de apoio pedagógico e podem lhe proporcionar novos conhecimentos, permitindo-o também reavaliar sua prática docente. Portanto, a implementação de recursos variados nas aulas de Matemática pode tornar a disciplina mais atraente e efetiva.

[6] Disponível em http://www.peda.com/polypro/

Referências Bibliográficas

ALONSO, P.; SALAR, A. **Visión espacial:** cortando un cubo (Vol. 5). Barcelona: Graó, 1992.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática.** Série InovaComTic, vol. 1. Rio de Janeiro: Edur, 2009.

BAIRRAL, M., SETTIMY, T.; HONORATO, V. (2013). Secionando um cubo. O que fazer se três pontos não determinarem um plano? **Revista Paranaense de Educação Matemática** (RPEM), 2(1), 180-202.

COSTA, C.: Visualização, veículo para a educação em geometria. In: SARAIVA, M; COELHO, I; MATOS, J. (Org(s), Ed(1). **Ensino e Aprendizagem de Geometria.** Lisboa, Portugal Editora, 2002. 157-184.

ENEM 2012 – Exame Nacional do Ensino Médio. **INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.** Ministério da Educação. Disponível em <http://www.enem.inep.gov.br/>. Acesso em: 26 nov. 2014.

ENEM 2014 – Exame Nacional do Ensino Médio. **INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.** Ministério da Educação.

LELLIS, M.; IMENES, L. M. A Matemática e o novo Ensino Médio. **Educação Matemática em Revista.** São Paulo, n. 9/10, abril/2001.

LEMOS, W. G.; BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio.** Série InovaComTic, vol. 2. Rio de Janeiro: Edur, 2010.

LOPES, A. J. (1995). Geometria dos Cortes de Sabão. Revista de Educação Matemática (SBEM-SP)(3), 7-10.

MARIN, G. B.; LEIVAS, J. C. P. O uso do Cabri 3D para desenvolver habilidade de visualização. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 62, p. 105-121, 2013.

OLIVEIRA, L. L.; VELASCO, A. D. **O ensino de geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá**. 2007. Disponível em: http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/OENSINO.pdf. Acesso em: 15 nov. 2014.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. **O Ensino da Geometria na Educação Básica:** realidade e possibilidades. 2009. Disponível em:

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf. Acesso em: 08 jul. 2014.

SETTIMY, T. F O. Atividades para desenvolvimento da visualização em geometria com recursos variados. **Relatório de Pesquida de IC**. Rio de Janeiro: FAPERJ., 2012.

SETTIMY, T. F. O. Ensino e aprendizagem de Poliedros Estrelados em ambientes virtuais. **Relatório** CNPq/PIBIC/UFRRJ. Seropédica: UFRRJ, 2013.

VELOSO, E. **Geometria:** Temas Actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

APÊNDICES

Apêndice A: Primeira versão do questionário

Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) para as seguintes afirmativas:

1. ( ) Um quadrado é um quadrilátero.

2. ( ) Três pontos sempre determinam um plano.

3. ( ) Um cubo é um poliedro.

4. ( ) Um cubo possui quatro faces.

5. ( ) Sempre que um plano intersecta um cubo, é determinada uma seção quadrada.

6. ( ) Em um cubo, um plano secante a dois planos paralelos entre si, intersecta-os segundo retas paralelas.

7. ( ) Quando unimos o ponto central de cada face de um cubo formamos um losango.

8. ( ) As faces de um cubo são paralelas.

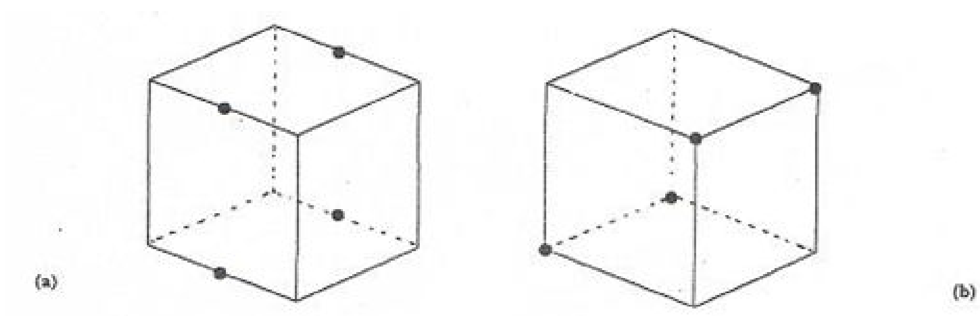
9. ( ) Um cubo possui quatro diagonais.

10. ( ) Imagine um cubo e um dos seus vértices. É possível obter uma seção retangular passando por esse vértice?

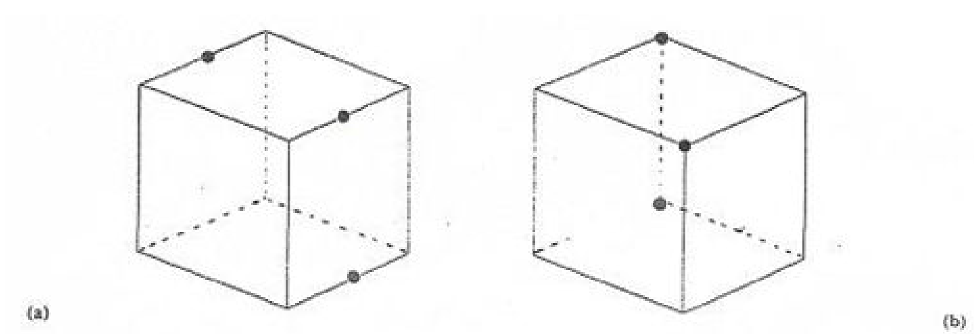
ANEXOS

Anexo I: Bloco de atividades Cortando o cubo[7]

1. Trace a figura que é obtida quando cortamos cada cubo abaixo pelos pontos indicados.

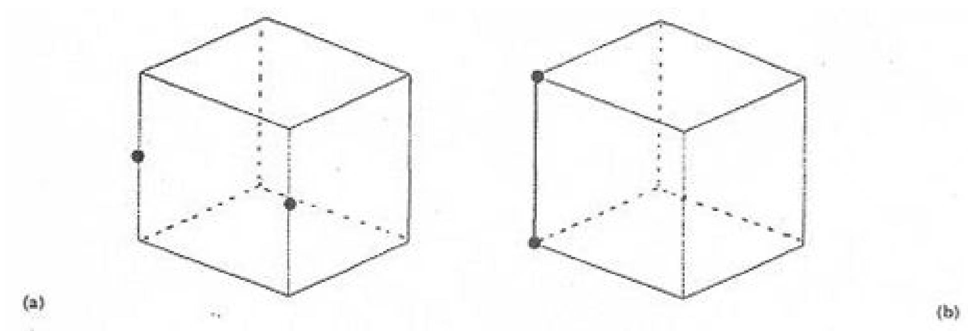


2. E agora, que figura você traçaria em cada caso?



3. Qual seria a figura em cada cubo abaixo?

[7] Adaptado de ALONSO, P.; SALAR, A. *Visión espacial:* cortando un cubo (Vol. 5). Barcelona: Graó, 1992.



A partir do que você realizou nas atividades anteriores o que você observa? Por exemplo, em qual(is) situação(ões) você ficou com mais dificuldade para identificar a figura que seria a traçada? Por quê? Você deve ter percebido que em alguns casos só houve uma possibilidade. Qual seria a razão para este fato? Qual o número mínimo de pontos necessários para que você tenha segurança de que a seção de corte será apenas uma?

Agora, como ficaria o corte em cada figura abaixo?