UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FELIPE DE JESUS RIBEIRO MARQUES

ANÁLISE DE INTERAÇÕES DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO AMBIENTE VMT COM GEOGEBRA

SEROPÉDICA
2014

FELIPE DE JESUS RIBEIRO MARQUES

ANÁLISE DE INTERAÇÕES DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO AMBIENTE VMT COM GEOGEBRA

Monografia apresentada a Banca Examinadora, como requisito parcial para obtenção do título de Graduado em Matemática na modalidade de Licenciatura em Matemática, sob a orientação do professor Marcelo Almeida Bairral.

SEROPÉDICA
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA.

A monografia "ANÁLISE DE INTERAÇÕES DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO AMBIENTE VMT COM GEOGEBRA", apresentada e defendida por FELIPE DE JESUS RIBEIRO MARQUES matrícula 201119019-1 foi aprovada pela Banca Examinadora, com conceito "S" recebendo o número 633.

Seropédica, 10 de dezembro de 2014.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral
Orientador

Prof. Dr. Douglas Monsôres de Melo Santos

Profª. Drª. Dora Soraia Kindel

SEROPÉDICA
2014

DEDICATÓRIA

Esse trabalho é dedicado ao primeiro matemático da minha vida, meu pai João Lopes (*in memorian*). Ele não conhecia teoria de grupos, análise e muito menos cálculo, entretanto, conhecia uma matemática que muitos ignoram, a da vida. No embarcar desta minha jornada, esta pessoa maravilhosa me deu todo seu apoio, para que conseguisse alcançar esse meu sonho, entretanto, no meio deste sonho Deus o chamou.

Pai, obrigado por tudo, pois sem você não seria nem a metade do que sou hoje, muito menos conseguiria atingir esta meta. Tenho certeza onde você estiver está feliz e orgulhoso assim como minha mãe, minha namorada, todos nossos familiares e amigos.

Você foi muito especial para mim e permanecerá sempre guardado em meu coração.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a **DEUS**, pela minha vida, por ter me dado força, saúde e sabedoria.

À minha mãe, **Marinalva** que me deu e dá incondicionalmente seu apoio, sua confiança, seu carinho, sua amizade, em especial seu amor que me fortalece cada vez mais, pois sem ele não seria nada.

À minha namorada, **Camila** pela ajuda nos trabalhos, pela paciência, pelos incentivos, pelo carinho e pelo amor que tem por mim, no qual me deixa cada vez mais apaixonado.

Aos meus **familiares**, que acreditaram, incentivaram, ajudaram e no que foi preciso.

Ao meu professor e orientador, **Marcelo Bairral** que dedicou seu tempo, suas experiências para minha formação profissional e de vida. Obrigado também pela paciência, pelo carinho e pelas oportunidades.

Aos meus colegas, em especial **Vinícius**, **Thaís**, **Marília**, **Carol** e **Eduardo**, que se tornaram verdadeiros amigos, em que me ajudaram nos estudos, em me alegrar, em incentivos e em seus conselhos.

Aos professores do meu curso, em particular **Orlando Pereira**, **André Pereira**, **Gisela Pinto**, **Aline Maurício** e **Márcio Vianna** pelas aulas ministradas, pela ajuda nas minhas dúvidas, pelos incentivos, pelos ensinamentos, pela paciência, pela dedicação e pela minha formação.

Aos colegas dos grupos de pesquisa **GEPETICEM** e **OBEDUC**, pelas maravilhosas discussões, pelo compartilhamento de experiências e pelas sábias dicas que me ajudaram desenvolver no meio acadêmico.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (**CNPq**) e a Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (**UFRRJ**), pelo financiamento com Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) que apoio minha pesquisa.

À **todos**, que de alguma forma dedicaram seu tempo, compartilharam experiências para minha formação ou algum aprendizado para minha vida, meu carinho e agradecimento.

Ainda que eu tenha o dom de profecia,

saiba todos os mistérios e todo o conhecimento

e tenha uma fé capaz de mover montanhas,

se não tiver amor,

nada serei.

(**1 Coríntios 13:2)**

RESUMO

O uso de *softwares* de geometria dinâmica (SGD) pode auxiliar a compreensão de propriedades geométricas e a construção de demonstrações dessas propriedades. O GeoGebra tem sido muito explorado com esses propósitos. Todavia, sua utilização em situações que preconizem interações *online* ainda é escassa na educação matemática. Nesta monografia, discutiremos sobre os SGD, particularmente, explicaremos sobre o ambiente *Virtual Math Team* com GeoGebra (VMTcG), trataremos algumas propostas de atividades e ilustraremos futuros professores interagindo a distância no VMT com o GeoGebra (VMTcG), na busca de justificativa para o Teorema de Varigon e para os pontos notáveis de um triângulo. Reconhecemos que a elaboração de provas na formação inicial de professores de matemática deve ser vista como um processo contínuo e que pode ser estimulado, principalmente, com o uso de SGD. Ilustraremos um esquema que pode ser adotado na interpretação e potencialização de estratégias de provas, mediante interações em bate-papos do VMTcG.

Palavras chave: S*oftwares* de Geometria Dinâmica; VMT com GeoGebra; Justificativa; Teorema de Varignon; Pontos Notáveis de um Triângulo.

Sumário

Lista de Abreviaturas

SGD - *Software* de Geometria Dinâmico

VMTcG- *Virtual Math Team* com GeoGebra

UFRRJ - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

AVA - Ambiente Virtual de Aprendizagem

CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

VMT-*Virtual Math Team*

Índices de Tabelas

Índices de Figuras

Índices de Quadros

Introdução

A educação vive em constante transformação, principalmente no âmbito do ensino, devido às mudanças ocorridas pelo fato da cultura tecnológica ter-se adentrado no espaço escolar (RICHT et al, 2012). Tem havido uma grande busca dos professores por métodos pedagógicos diversificados com o intuito de beneficiar o desenvolvimento dos alunos para que possam aprender e compreender a matemática, transcendendo os modelos de ensino tradicional.

Com isso, a mudança de uma metodologia de ensino clássico da matemática, de representação estática, para uma metodologia dinâmica que adota um *software* que trata a geometria com um olhar diferenciado, um *Software* de Geometria Dinâmica (SGD) pode proporcionar uma edificação de conceitos e uma compreensão mais eficaz das propriedades das figuras geométricas, as quais os alunos possuem dificuldades de aprender (LARA; MENEGOTTO, 2011). Entretanto, a utilização destes programas em situações que preconizem interações *online* ainda é escassa na educação matemática.

Desta forma, nesta monografia traremos uma pesquisa realizada em um ambiente virtual *online* com *chat* e com GeoGebra, em que trabalhamos com atividades que explorassem a justificativa e argumentação em conjunto com os demais colegas no *chat*.

Além da introdução e das considerações finais, a monografia possui quatro capítulos. No primeiro capítulo expusemos o termo *software* de geometria dinâmico e a potencialidade deste programa no ensino de matemática por alguns autores. Destacamos o *software* GeoGebra, no qual foi trabalhado nesta pesquisa. Ilustramos algumas ferramentas e discutimos seu potencial na aprendizagem por alguns autores em diversos conteúdos matemáticos.

No segundo capítulo apresentamos o *Virtual Math Team* com GeoGebra (VMTcG), em que tecemos sobre sua história e seus espaços do *site*. Todavia, demos ênfases de como chegar às salas de *chat*, as suas principais ferramentas e explicamos como construir um espaço interativo neste ambiente.

No terceiro capítulo mostramos o tipo de atividades trabalhado no decorrer da pesquisa. Trouxemos também algumas propostas de tarefas com sugestão de resolução, mas deixando claro que poderão existir outros caminhos para chegar à solução e podendo haver uma única resposta ou não.

No quarto capítulo trouxemos a análise de atividades implementadas no VMTcG com futuros professores de matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Esta intervenção foi dividida em duas partes, uma com o Teorema de Varigon e a outra com os pontos notáveis do triângulo. Vale destacar que uma atividade ocorreu no final do ano de 2013 e a outra no início de 2014 respectivamente. Ambas descrevem o processo de resolução *online* da construção, observação e justificativa das tarefas pelos discentes.

Esta monografia faz parte de uma pesquisa de iniciação científica financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O estudo é vinculado ao projeto “Interações e desenvolvimento conceitual em ambientes virtuais de aprendizagem (AVA)” que é coordenado pelo professor doutor Marcelo Almeida Bairral.

Finalmente, com esse monográfico ressaltamos que ferramentas como SGD juntamente com um ambiente virtual *online* podem propiciar aos participantes a construção de validações e refutações de conjecturas, de observações, de argumentações e justificativas, além de tornar minimizador das dificuldades encontradas para provas.

Capítulo I: Geometria Dinâmica com o uso de *softwares*

Neste capítulo definiremos o termo *software* de geometria dinâmica (SGD), de acordo com alguns autores, destacando alguns recursos diferenciados como o arrastar, a visualização e algumas potencialidades. Demos destaque ao SGD do GeoGebra em que tecemos aprendizagem matemática com este *software.*

1.1 Definindo o *Software* Geometria Dinâmico (SGD)

O termo Geometria Dinâmico teve origem com os autores Nick Jackiw e Steve Rasmussen com intuito de caracterizar *softwares* interativos de geometria, que possuem recursos em que permitem a criação e transformação contínuas de figuras geométricas em tempo real (ZULLATO, 2002 ; ALVES, 2004).

De acordo com Lara e Menegotto (2011), o termo Geometria Dinâmica é utilizado neste caso para indicar *softwares* interativos que permitem ao usuário a criação e a manipulação de figuras geométricas construídas, a partir de suas propriedades. Em sintonia Meier e Gravina (2012) descrevem estes programas como ferramentas que admitem a construção de figuras geométricas segundo suas propriedades que as definem, na qual possui o recurso de estabilidade sob ação de movimento, ou seja, construída a figura na tela do computador, ela se transformará quanto à posição e ao tamanho, contudo serão preservadas as propriedades geométricas impostas em sua construção.

Para Pereira (2012), o *software* de geometria dinâmico (SGD) são aqueles que oferecem a possibilidade de construir e manejar objetos geométricos na tela do computador. Complementando estas ideias Gravina (1996) afirma que:

> São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para

> um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de "desenhos em movimento", e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas intrínsicas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento (p.5).

A mesma autora esclarece sua ideia com um exemplo de dois quadrados para ilustrar a questão da instabilidade de construção. O primeiro quadrado é feita a mão livre e outro construído a partir das propriedades que o definem, em que ambos possuem o mesmo aspecto. Movimentando um dos vértices do primeiro quadrado, este se deforma gerando outro quadrilátero. O segundo fazendo o mesmo muda o seu tamanho e até sua posição, mas permanece quadrado, porque foi construído dentro das suas propriedades.

Desta forma o diferencial de um SGD fica marcado pelo recurso de arrastar e transformar a figura construída (mantendo ou não suas propriedades euclidianas) no computador ou em outro dispositivo como os *tablets* (ASSIS; SILVA; MARQUES; BAIRRAL, 2014). Portanto, esses *softwares* tornam-se importantes aliados do ensino de matemática, porque potencializam as investigações das propriedades geométricas (com o recurso de arrastar), possibilitam a construção de conceitos e beneficiam a interação usuário-dispositivo tanto fixo ou móvel (MARQUES; BAIRRAL, 2014).

A visualização de um objeto geométrico é evidenciada como outra potencialidade dos SGD, pois permitem observar a figura construída com o programa em diferentes ângulos da tela. Diferenciado do desenho estático feito no quadro ou no caderno, que demoram certo tempo para arquitetá-las. Neste sentido Pereira (2012), destaca que os SGD favorecem a agilidade na investigação, pois as construções geométricas que tornariam algum tempo para serem realizadas no papel são feitas em segundos na tela do computador. Assim, o uso apropriado pode tornar o ensino da matemática muito mais eficiente, integrado e significativo (LARA; MENEGOTTO, 2011).

Zullato *apud* Amaral (2011) destaca um estudo sobre SGD, discutindo suas potencialidades, do ponto de vista dos professores de Matemática que o utilizam em suas aulas. Os docentes destacaram como aspectos positivos a possibilidade de realizar construções geométricas, a promoção de atividades investigativas e de descobertas matemáticas, e a dinamicidade na visualização. Por exemplo, ao construir e arrastar as figuras é possível identificar as propriedades geométricas descobertas. Além disso, de acordo com os professores entrevistados, quando conteúdos matemáticos são trabalhados com estes *softwares*, os alunos têm mais facilidade de observar as figuras, suas propriedades e invariantes.

Contudo, estes programas também possuem suas limitações, entretanto é preciso ficar atento e não achar que as respostas encontradas nos SGD são absolutas, mas sim um generoso manancial de inúmeras descobertas.

Desta forma, os SGD favorecem a construção de conceitos e a compreensão de propriedades das figuras geométricas. Estudos em educação matemática destacam que, com utilização de SGD, o usuário possui uma liberdade para procurar soluções, fazer argumentações (SCHEFER; PASIN, 2013), testar hipóteses (RICHT et al., 2012), criar conjecturas (BACCALINI-FRANK, 2012), deduzir propriedades matemáticas e criar estratégias (GRAVINA, 1996).

Existem diversos SGD que são trabalhados por professores nas suas práticas docentes e também em inúmeras pesquisas de educação matemática. *Softwares* como Régua e Compasso (SCHEFER; PASIN, op cit.), *Geometricks* (AMARAL, 2011), *Tabulae* (ALVES, 2004), *Cabri-Geómètre* (GRAVINA, *op cit.*), *Geoplan* (GRAVINA, *ibidem*), GeoGebra (MEIER; GRAVINA, 2012; LARA; MENEGOTTO, 2011; RESENDE et al., 2012; RICHIT et al., 2012) entre outros. Nestes *softwares* estão presentes diversos cursos, minicursos e oficinas oferecidas em eventos e instituições de ensinos para formação inicial de futuros professores matemática e continuada destes profissionais da educação.

Dentre esses *softwares* que trabalham com a geometria de forma dinâmica nosso estudo esteve focado no GeoGebra, por ser um *software* livre e estar integrado no ambiente *Virtual Math Team* (VMT).

1.2 O GeoGebra

O *software* GeoGebra foi criado na Universidade de Salzburg, na Áustria em 2001, por Markus Hohenwarter. Atualmente o *software* vem tendo continuadamente novas atualizações desenvolvidas na Florida *Atlantic University*, nos Estados Unidos. A última versão do programa disponível[1] vem com o campo gráfico/geométrico 3D.

GeoGebra é um *software* de matemática dinâmico gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino da matemática (LARA; MENEGOTTO, 2011). O programa possui excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações (RESENDE et al., 2012). O *software* reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo. Com uma interface amigável, vários recursos sofisticados e por ser de livre acesso, vem sendo utilizado em muitas pesquisas e até mesmo em sala de aulas.

Segundo o relato da PUC-SP (2014), o *software* vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo os docentes e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento. Logo, ele se apresenta como uma importante ferramenta para o estudo da matemática.

A seguir ilustraremos imagens do programa descrevendo seus principais utensílios como seus campos, barras e alguns botões.

[1] Disponível para o download em: http://www.geogebra.org/download.

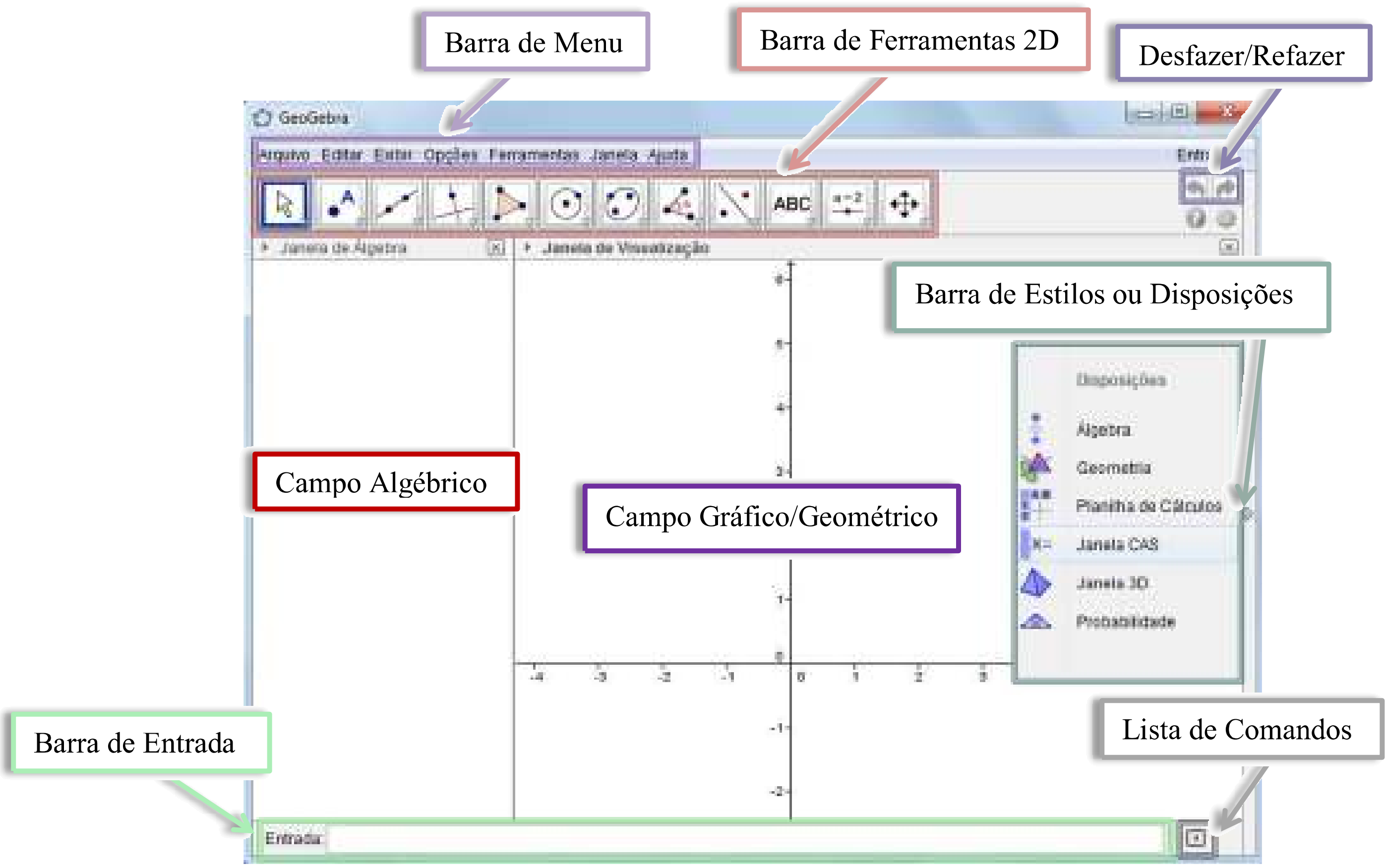

Figura 1: descrição de alguns recursos do GeoGebra
Fonte: elaboração do autor

Observamos que a janela inicial do GeoGebra é dividida em dois campos: à esquerda a parte algébrica e à direita a parte geométrica / gráfica. Na parte superior temos as Barras de Menu e de Ferramentas 2D, e a direita Desfazer/ Refazer. Na parte inferior temos a barra de entrada e a lista de comandos. No canto esquerdo do campo gráfico existe uma seta que abre a Barra de Estilos ou Disposições.

Na Barra de Estilos ou disposições, existe uma variedade de campos ou janelas, em que nesta nova versão do GeoGebra destaca o campo gráfico/geométrico 3D, na qual pode ser aberto nesta mesma barra. Este novo campo gráfico/geométrico pode ser aberto de outra maneira. Na Barra de Menu, clicando na aba exibir aparecerá a opção da janela 3D. A seguir ilustraremos a figura mostrando este novo recurso da versão atualizada do GeoGebra.

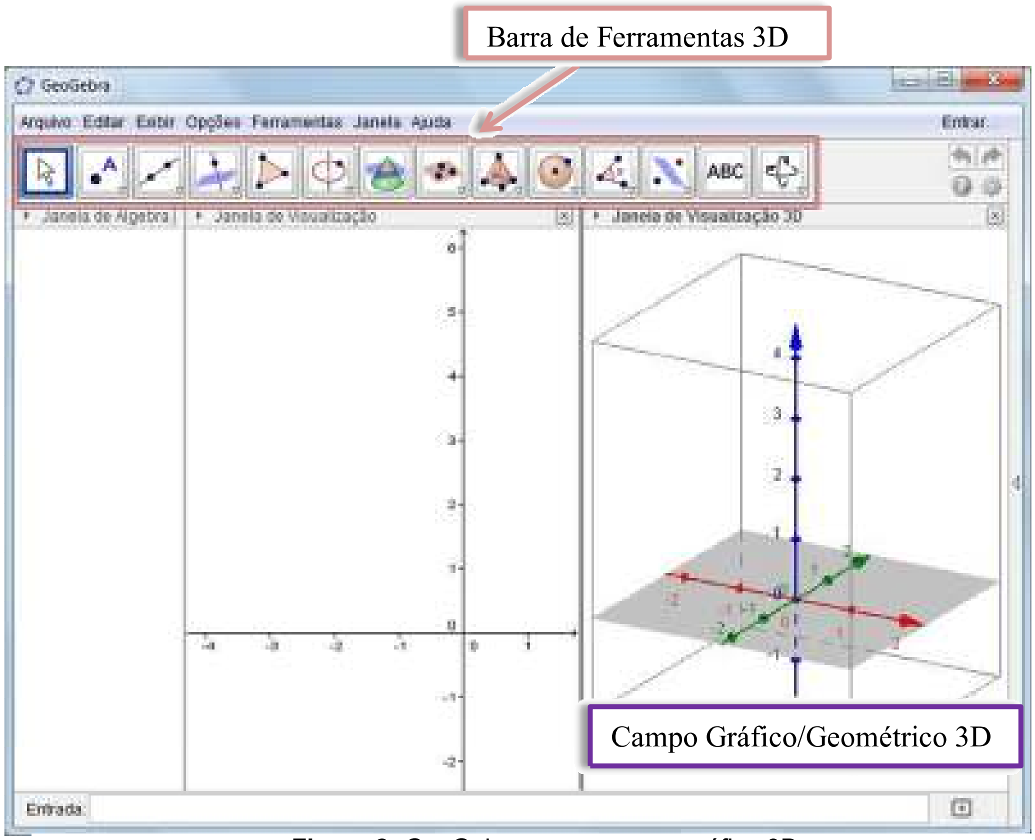

Figura 2: GeoGebra com o campo gráfico 3D
Fonte: elaboração do autor

Quando é aberto o campo gráfico/geométrico 3D a barra de ferramentas muda para 3D, como ilustra a figura 2. É possível trabalhar nas duas janelas tanto com a janela 2D e 3D. Quando feito uma figura plana no campo gráfico/geométrico2D ela também é construída simultaneamente no campo gráfico/geométrico 3D. De mesma forma acontece se fizer uma figura na janela gráfico/geométrico 3D aparecerá alguma construção. Por exemplo, se for construído um plano na janela gráfico/geométrico 3D, então aparecerá pelo menos dois pontos na janela gráfico/geométrico 2D.

Como este *software* é de livre acesso, possui inúmeros recursos, é dinâmico, pode ser trabalhado com vários sistemas operacionais e que pode ser trabalhado do Ensino Básico ao Superior. Neste sentido, ajuda no surgimento de inúmeros estudos, pesquisas e trabalhos discutindo as potencialidades do ensino com este programa.

1.3 Aprendizagem matemática com o *software* GeoGebra

Lamentavelmente, a Matemática é historicamente uma disciplina que discentes possuem dificuldades no seu aprendizado. Além disso, o seu ensino muitas vezes é ministrada de forma estática, pouco instigante e com muitos exercícios, tornando as aulas mecânicas, decoradas e pouco atrativas. Desta forma, o *software* como o GeoGebra pode proporcionar um novo olhar para ensino da matemática deixando as aulas de matemática estimulantes e prazerosas.

De acordo com Meier e Gravina (2012) o *software* GeoGebra permite uma abordagem mais divertida para temas fundamentais da geometria. Ele pode facilitar e auxiliar o professor no aprendizado do aluno. Neste sentido, Kusiak e colaboradores (2012) cita que:

> As atividades desenvolvidas com o *software* GeoGebra mostraram-nos que é possível ensinar Geometria de forma dinâmica, tornando a aula instigante e atrativa, na qual o aluno participa, interage com seus colegas, e através de suas construções vai formulando o seu próprio conhecimento (p.8).

De acordo com Pontes et al. (2012) *softwares* educacionais, particularmente o GeoGebra, tem despertado nos estudantes o interesse e a curiosidade para aprender conteúdos matemáticos, em especial de Geometria Euclidiana Plana. Na pesquisa realizada por Lara e Menegotto (2011), as autoras mostraram que os alunos que tiveram experiências com o *software* GeoGebra compreenderam com mais precisão as definições e propriedades dos quadriláteros do que os alunos que tiveram aulas tradicionais. Portanto, a mudança de uma metodologia tradicional de representação estática foi menos eficaz do que uma metodologia dinâmica.

Nesta perspectiva Kusiak et al. (2012) evidenciaram que os estudantes tem interesse em participar nas atividades de geometria plana realizadas com o *software* GeoGebra. Nas turmas trabalhadas do Ensino Fundamental, esta experiência manifestou a importância da utilização dos recursos tecnológicos nas aulas, pois ampliaram as oportunidades de aprendizagem dos discentes, além de colaborar na estruturação do raciocínio diferenciado em termos de eficiência, rapidez e precisão.

De acordo com Richitet et al. (2011), através do *software* GeoGebra foi possível que os discentes em um conjunto de atividades exploratórias e investigativas criassem hipóteses e conjecturas a respeito de conceitos como a derivada e integral.

Nesta perspectiva, o GeoGebra vem sendo usado para trabalhar com a geometria, funções, cálculo entre outros conteúdos, pois o aluno pode visualizar as figuras geométricas, gráficos, tabelas e etc. Entretanto, daremos ênfase na Geometria Euclidiana Plana. Neste sentido, o programa oferece aos discentes observar os polígonos em diferentes ângulos, formas, sendo possível também arrastá-las. Assim o estudante compreende e aprende as definições e propriedades destas figuras em uma didática dinâmica e divertida, sem ficar restrito apenas na forma do desenho feito no quadro ou no caderno e pode ter uma compreensão diferenciada da geometria.

Desta forma, o programa aparece para contribuir no ensino como mais uma ferramenta que o professor possa usar para auxiliá-lo a dinamizar, instigar, discutir diferentes conteúdos matemáticos em suas aulas.

Capítulo II: *Virtual Math Team* (VMT)

Neste capítulo apresentaremos o ambiente virtual utilizado neste monógrafo, mostrando as suas principais ferramentas, como acessar as salas e como construí-las.

2.1 O *Virtual Math Team* com GeoGebra (VMTcG)

O VMTcG é um ambiente virtual *online* gratuito que é utilizado para a resolução de atividades de matemática de forma colaborativa. Ele foi desenvolvido em 2003, pelo professor e doutor Gerry Stahl e sua equipe colaboradora, na *Drexel University, Philadelphia, USA*. O *site* VMTcG possuem três áreas que são: o VMT *lobby*, o VMT *chat rooms* e o VMT *wiki*.

O VMT *lobby* é a parte do ambiente virtual em que o usuário pode ver todas as salas de *chat*, criar seu espaço[2], obter informações básicas do ambiente virtual, ir para página do VMT *wiki*, descobrir quem está *online*, atualizar o perfil, selecionar o projeto para localizar a sala da atividade, etc. O VMT *chat rooms* são usadas para grupos trabalharem juntos nas tarefas. E por fim o VMT *wiki,* é um local em que você pode ler sobre as ideias de diferentes grupos inclusive do seu próprio país e também pode editar o ambiente virtual, para melhorar seu conteúdo.

Entretanto, para acessar o ambiente[3] é preciso realizar um cadastro para obter nome e senha de acesso.

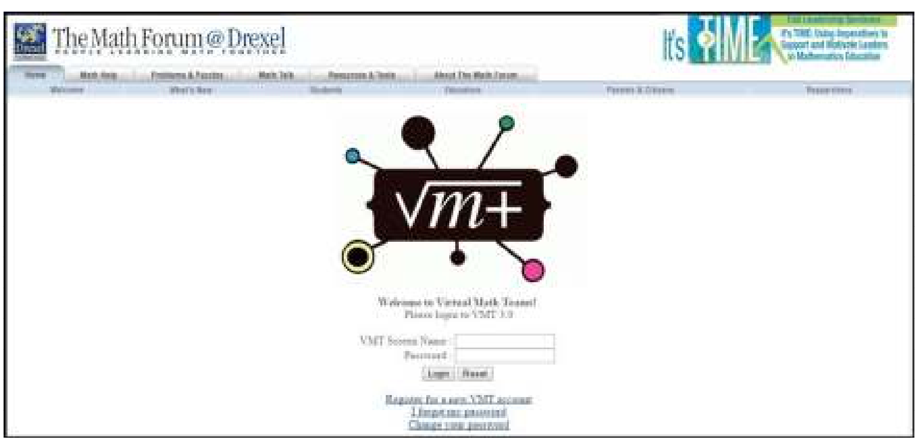

Figura 3: página do login
Fonte: vmt.mathforum.org/VMTLobby/

[2] É a criação do projeto com seus subprojetos, tópicos e por fim as salas.
[3] http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/.

Após ser gerados nome e senha de acesso (na página inicial possui o *link Register for a new VMT*) é possível entrar na página principal VMT *Lobby*. Focaremos neste trabalho em descrever o percurso para encontrar as salas, em que estão as tarefas, conhecer algumas ferramentas e os campos da sala do *chat* (ou página VMT *chat rooms*), e por fim aprender como se cria um espaço no VMTcG.

2.2 Chegando ao VMT *chat rooms*

O primeiro passo é selecionar o projeto, feito isso clicaremos no botão "*apply filters*" que aparecerá os subprojetos referentes o projeto vinculado. Como ilustra a figura a seguir.

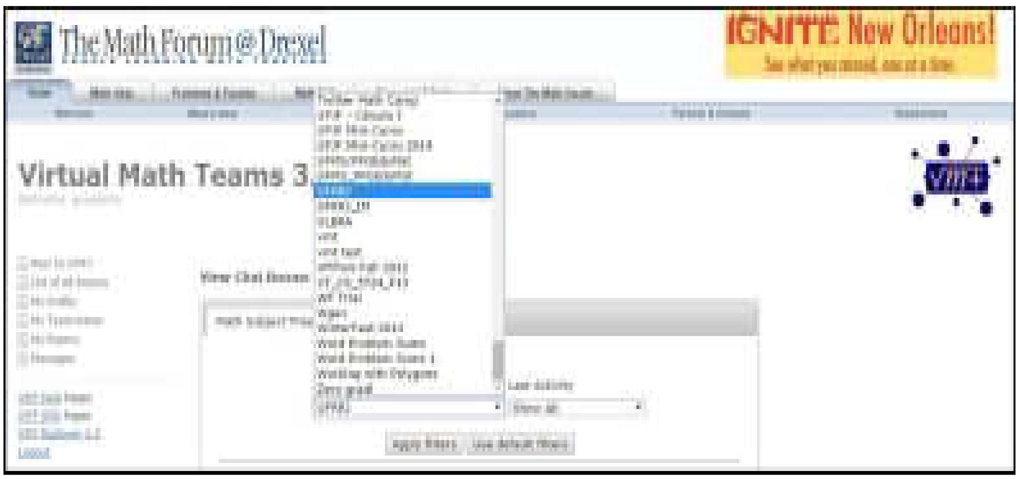

Figura 4: página de entrada
Fonte: *printscreen* da página de entrada do VMTcG

Aparecendo os subprojetos, clicaremos na pequena seta ao lado do mesmo e em baixo surgiram os tópicos deste subprojeto. O mesmo processo é feito para apareceram os nomes das salas de *chat* e por fim clicaremos no nome da sala que desejamos acessar. Por exemplo, na figura 4 selecionamos o projeto UFRRJ e clicamos no botão "*apply filters*", no qual apareceram os subprojetos Ava_2014-2, CTUR 2012, Ensino da matemática 2013, Ensino da Matemática 2014, Ensino da MatemáticaII, Ensino_CRIAR e paralelogramos 08/07/2014. Como mostra a figura 5 abaixo. Imaginemos que queremos ir às salas do subprojeto nomeado por Ensino da MatemáticaII. Desta forma, clicaremos na pequena seta cinza ao lado do nome deste subprojeto, em que aparecerão os tópicos Ambientação1 e

Atividades. Suponhamos que gostaríamos ir às salas do tópico Ambientação1, então repetiremos o processor anterior, ou seja, clicaremos na pequena seta cinza ao lado do tópico Ambientação1, que surgirão os nomes das salas que são: aprendendo_1 e aprendendo_2.

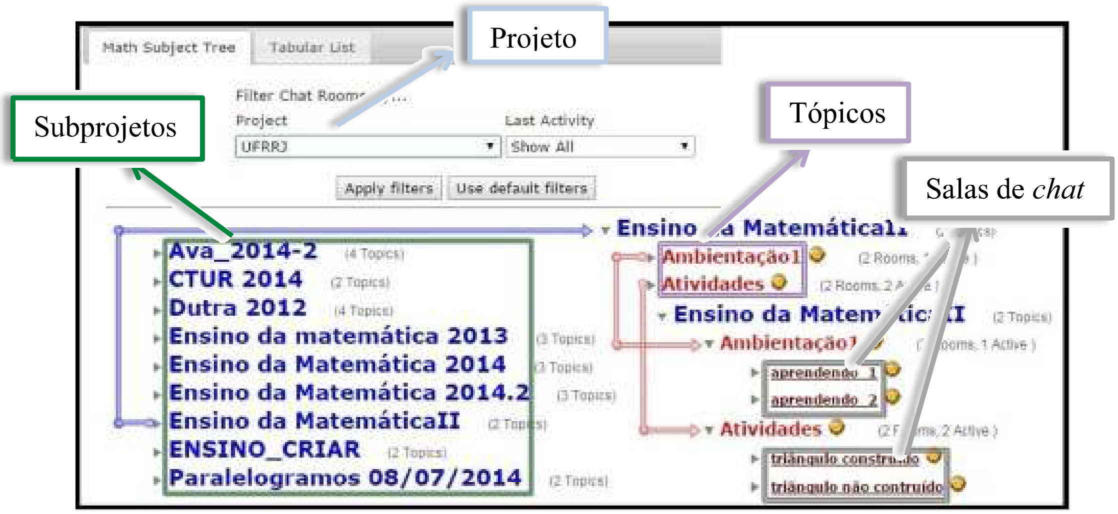

Figura 5: página de entrada editada pelo autor
Fonte: elaboração do autor

Feito todo esse processo clicaremos no nome da sala aprendendo_1, em que alguns segundos ou minutos (isso dependerá da velocidade da sua *internet*) será feito *download* da sala.

Figura 6: sala do VMTcG carregando
Fonte: *printscreen*da sala do VMTcG carregando

Vale ressaltar que para entrar nas salas de *chat* (ou página VMT *chat rooms*) é preciso ter o *software Java* instalado no computador, pois a página *VMT chat rooms* do VMTcG utiliza a plataforma *Java*.

2.3 Conhecendo o VMT *chat rooms*

O VMT *chat rooms* é uma ambiente de plataforma *Java,* em que são trabalhadas atividades de matemática colaborativamente *online*. Este espaço é constituído do quadro branco[4] (*White board*) para representações gráficas, do GeoGebra, que ajuda na resolução de atividades, da *wiki*, área de *chat*, que é a seção para interagir com outros membros por escrito de modo síncrono. Entretanto, as salas podem ser constituídas de outros recursos (na forma de abas como é feito o Quadro branco e GeoGebra).

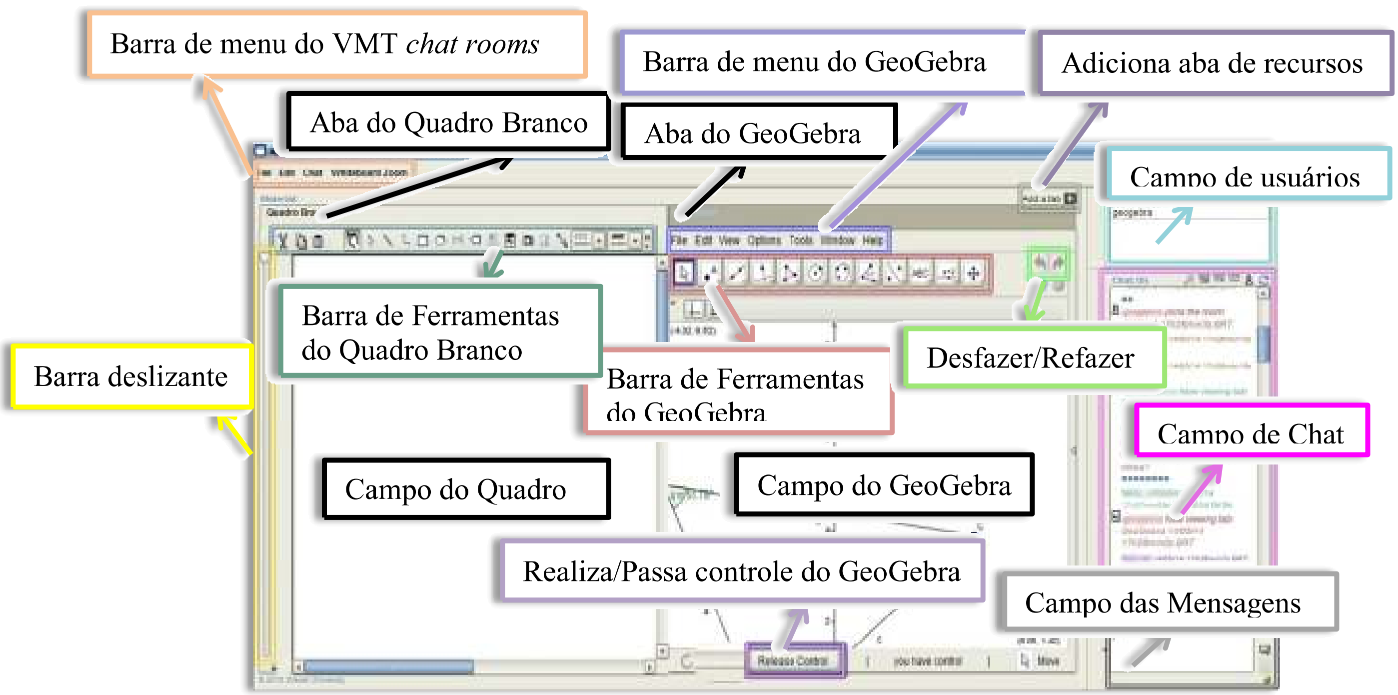

Figura 7: imagem da sala do VMTcG editada
Fonte: elaboração do autor

O quadro branco das salas possuem ferramentas similares a outros programas, como por exemplo, o *Word* e *Paint*. O GeoGebra deste ambiente é bem parecido com o GeoGebra convencional, ou seja, o GeoGebra 2D. A diferença é a existência do botão *Realize/take control* (Realiza/Passa controle). O objetivo deste botão é que os integrantes das salas utilizem o programa um por vez. A Barra deslizante é outra ferramenta das salas do

[4] O VMTcG entra com o quadro branco e para abrir o GeoGebra é necessário clicar na aba correspondente com seu nome e essas duas áreas não são abertas simultaneamente.

VMTcG. Ela mostra todo histórico construído no quadro branco ou no GeoGebra, deslizando a barra. Por exemplo, construíram um triângulo e um quadrado em uma sala. Gostaria de saber qual polígono foi construído primeiro, então deslizando esta barra para cima ela desfaz tudo que foi feito no campo gráfico do GeoGebra e descendo refaz toda construção novamente. Existe também um botão *Add a Tab*, que a função é adicionar uma aba de algum recurso disponível no ambiente, como o GeoGebra e quadro branco e entre outros recursos.

A área do *chat* é dividida em três campos que são: campo de mensagens, de usuários e de *chat*. A finalidade do campo de mensagens é a escrita dos diálogos entre os integrantes da sala. O campo de usuários mostra quem está no ambiente. Por último, o campo de *chat* que mostra os diálogos dos participantes, descreve operações feitas em outras ferramentas da sala.

Existe uma função na área do *chat* que é uma das mais interessantes, nas quais indiquemos algo do quadro em que deseja comentar ou fazer referência a alguma mensagem que postou na área do *chat* (KINDEL, 2012). Corroborando com esta afirmação Salles e Bairral (2012), diz que a disponibilidade do ambiente virtual ainda permite aos usuários trabalhar nesses espaços, nas quais pode-se associar uma representação gráfica a uma mensagem textual e vice-versa, ou seja, qualquer imagem ou outra representação feita no campo do quadro ou do GeoGebra pode ser associado alguma mensagem.

O VMTcG ainda pode gerar um tipo de planilha, com toda a conversação feita no campo de *chat*, ou seja, um tipo de transcrição. Para ser feito isso, precisamos ir até o nome da sala (que se encontra na página principal VMT *Lobby*), e após clicar na pequena seta cinza ao lado que aparecerá uma tabela.

Figura 8: tabela da sala para gerar a planilha de conversação
Fonte: *printscreen* da página VMTcG

Nesta tabela na parte de baixo existem alguns botões. Entretanto, o mais interessante para gerar uma planilha é o botão *View chat log*, em que gera uma planilha em formato de HTML[5] (KINDEL, 2012.), na qual descreve as interações do *chat* de forma mais clara, conforme ilustrado a seguir.

Figura 9: planilha em HTML
Fonte: acervo pessoal

[5] HTML é uma abreviação inglesa para *Hiper Text Markup Language,* que significa Linguagem de Marcação de Hipertexto que é muito utilizado para produzir páginas na *Web.* Documentos produzidos neste formato podem ser interpretados por navegadores.

Nestas salas é indicado ter em média quatro participantes e dois mediadores, pois fica mais fácil acompanhar os discentes durante a interação no *chat*, no quadro e no GeoGebra (KINDEL, 2012; SALLES ; BAIRRAL, 2012). Vale ressaltar, se um dos integrantes do ambiente fizer alguma figura no GeoGebra ou escrever no quadro, todos os outros terão acesso as mesmas.

2.4 Criando salas no VMTcG

Para criação das salas precisamos clicar na opção *My Rooms* (que se encontra na página principal VMT *Lobby*), que a seguir aparecerá algumas abas, na qual clicaremos na aba *Create New Room.* Feito isso, aparecerão alguns campos para serem preenchidos ou selecionados.

Figura 10: página principal VMT Lobby
Fonte: *printscreen* da página principal VMT Lobby

O primeiro campo é *Room name*, em que é necessário escrever o nome da sala que irá criar. Ao lado existe a opção *# of rooms*, que determina a quantidade de salas. Em baixo tem o campo *Select a Project*, na qual será selecionado o projeto que participa ou pode criar o seu próprio. Se caso queira criar seu próprio projeto, clicará no botão *New Project* que aparecerá um campo para colocar o nome do projeto. A seguir tem o campo *Select a Subject*, em que será selecionado um subprojeto existente. Posteriormente, tem o campo *Select a Topic*, na qual será selecionado um tópico existente ou pode criar um novo. Se caso queira criar um novo tópico clicará no botão

New topic que surgirá um campo para colocar o nome do tópico. Por fim, tem o botão *Add a Tab*, que sua função é colocar nas salas recursos como o Quadro Branco, GeoGebra e etc. Feito todo esse processo é só clicar no botão *Create New Room*, que será criado seu espaço no VMTcG.

Existe outro modo para criar as salas no ambiente virtual, contudo é necessário ter *login* e senha administrativa. Entretanto, o processo é bem semelhante ao descrito anteriormente. As diferenças são sutis, e a primeira dela é que nos dar duas opções para criá-las, uma é na opção anterior (clicar na opção My Rooms) e a nova opção que surge é a *Manage activities*. Nas duas opções clicaremos na aba *Create New Room*. A segunda diferença é no campo *Select a Subject*, em que pode criar um novo subprojeto, isso não acontece quem tem uma simples conta no ambiente, mas somente integrantes que possuem usuário e senha administrativa.

Figura 11: página principal VMT Lobby com acesso administrativo
Fonte: página principal VMT Lobby com acesso administrativo com edição do autor

Nesta figura 11 ilustra as opções que aparecem com usuário e senha administrativa em que estão grifados, que não aparece com um usuário normal. Terminado de ter feito as salas é só colocar as tarefas, e usufruir do ambiente virtual.

Capítulo III: Propostas de atividades com SGD

Neste capítulo traremos algumas sugestões de atividades de Geometria Plana realizada no *software* GeoGebra com uma possível solução da tarefa.

3.1 Atividades com GeoGebra

As atividades que apresentaremos, foram realizadas em algumas oficinas, mini cursos com GeoGebra convencional e *touch*[6], e também no VMTcG. Estas tarefas sempre foram focadas em Geometria, de cunho exploratório e investigativo, em que os participantes pudessem argumentar, justificar e demonstrar com auxílio do SGD as suas respostas. Deste modo, os problemas propostos serão abertos em que poderão ter uma única solução, entretanto na sua maior parte poderá ser encontrados percorrendo diferentes caminhos.

Deste modo, Gravina (1996) nos informa que problemas de geometria do tipo aberto, ou seja, no enunciado não existe indicação de resposta e com SGD, as explorações, as estratégias e a postura investigativa dos alunos contribui para a formação de uma concepção sobre a matemática diferente da que tem construída no ambiente escolar. Neste sentido, Pereira (2012) destaca em sua pesquisa que os discentes no decorrer de atividades de geometria de caráter investigativo com ajuda do SGD, se tornaram mais autônomos, seguro em suas validações de suas conjecturas e consequentemente conseguiam elaborar justificativas.

Amaral (2011) em seu trabalho destaca atividades exploratórias e colaborativas de cunho aberto, em que juntamente com recursos SGD os professores participantes do curso utilizando este *software,* conseguiram construir justificativas e argumentações coletivamente aceita nas respostas de problemas de geometria.

Desta forma, justificar e argumentar são partes fundamentais no processo de ensino e aprendizagem, principalmente nos conteúdos de matemática, pois se soubermos justificar ou argumentar tal que sejam

[6] GeoGebra para *tablets*.

compreendidos e aceitos, isso pode ser um indicador de aprendizagem (SCHEFER; PASIN, 2013). Entretanto, Cirillo e Herbst (2010) destaca a importância dos docentes e discentes expandirem as formas de justificativas e de demonstração, para não ficarem presos em um único método. Neste sentido, trabalhar com problemas e principalmente de geometria que necessita algum tipo de demonstração, justificativa ou argumentação os SGD facilitam estes aspectos e até constroem de forma ilustrativa. Embora ainda este tipo de demonstração ainda não muito bem visto, porém pode contribuir na construção desta argumentação ou demonstração na forma escrita.

Neste sentido, as atividades propostas serão realizadas no GeoGebra, mas podem ser feitas em qualquer outro SGD, e as expressões argumentativas são construídas a partir da interpretação das representações geométricas (SCHEFFER, 2012). A seguir ilustraremos atividades com sugestão de resposta, lembrando que existem outros caminhos que podem ser seguidos.

Atividade1: Construindo polígonos

Esta atividade normalmente é feita para ambientar os discentes a explorar os recursos do *software* GeoGebra, ou seja, conhecê-lo. Segue o enunciado da tarefa:

Construa os seguintes polígonos: triângulo isósceles, quadrado, trapézio isósceles e losango, justificando uma de suas construções.

A construção dos polígonos os participantes não possuem dificuldades de fazer. Alguns fazem por construção geométrica e outros com ajuda da ferramenta malha do GeoGebra. A justificativa é feita de forma variada, porém a mais comum é na verificação das propriedades dos polígonos, ou seja, na medição dos ângulos e dos segmentos. A figura a baixo ilustra uma possível solução da tarefa.

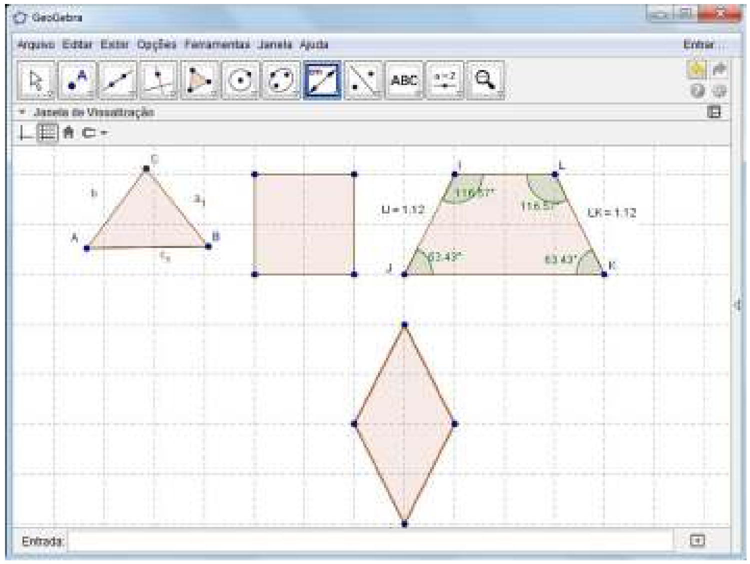

Figura 12: solução da atividade 1 no GeoGebra
Fonte: elaboração do autor

Nesta figura 12 mostra as construções dos polígonos, nos quais as arquiteturas deles foram por construção geométrica e com auxilio da ferramenta malha. E também exibe uma das formas, em que a justificativa é feita na tela do programa. Em que foi medido os ângulos e os segmentos não paralelos do trapézio. Desta forma, constatou duas propriedades do trapézio isósceles, que os lados não paralelos possuem medidas iguais e os ângulos da base maior são iguais e da base menor também são iguais.

Atividade2: Bissectograma[7]

Esta atividade tem um grau de dificuldade maior de resolução e de exploração, entretanto ela instiga bastante os participantes na investigação e os fazem ter diversas conjecturas no decorrer da tarefa. Segue problema a baixo:

O bissectograma é o quadrilátero que se obtém por interseção das bissetrizes dos quatro ângulos de um quadrilátero.

1. *Sempre existe um bissectograma em um quadrilátero?*
2. *O que acontece se for um trapézio isósceles?*
3. *Para determinados quadriláteros o bissectograma é um quadrilátero particular. Que relação existe entre o quadrilátero inicial e o bissectograma? Por que isso acontece?*
4. *Alguma outra descoberta que você gostaria de socializar com seus colegas?*

---

[7] King, J. R., & Schattschneider, D. (2003).Geometria Dinâmica: seleção de textos do livro Geometry Turned On! Lisboa: APM

Esta atividade ela é feita em quatro etapas. Nesta primeira etapa são construídos normalmente diferentes quadriláteros, para certificar se existe sempre este quadrilátero. Entretanto, nem sempre existe como ilustra a figura 13.

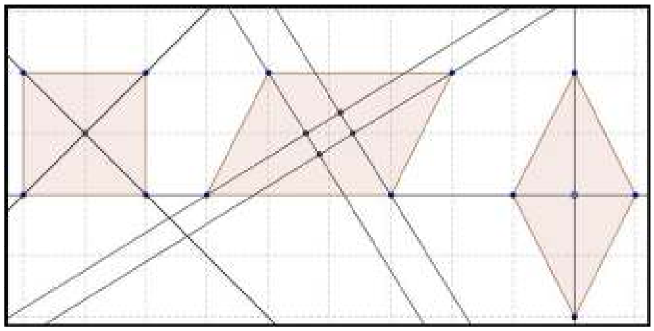

Figura 13: resolução da atividade 2 item **a**
Fonte: acervo pessoal

Já nesta segunda etapa, feito o trapézio isósceles percebe-se que o quadrilátero formado é um tipo de pipa. E, além disso, a pipa não admite bissectograma.

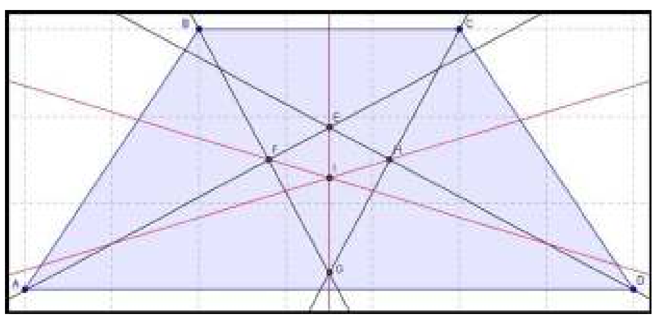

Figura 14: resolução da atividade 2 item b
Fonte: acervo pessoal

A partir desta ideia que o quadrilátero com o formato de pipa não admite bissectograma, e também que o quadrado e losango acontecem à mesma coisa. Então procuramos a relação destes quadriláteros para que não haja bissectograma neles. Chegamos a seguinte conclusão: se dois pares de lados adjacentes do quadrilátero possuem a mesma medida e os ângulos opostos dos lados não-adjacentes são congruentes, então não existirá o quadrilátero formado pelas interseções das bissetrizes. Deste modo conseguimos chegar a uma das relações da terceira etapa, isto é, se os lados adjacentes do quadrilátero tiverem medidas diferentes e ângulos opostos que não são congruentes então existirá bissectograma. Como ilustra na figura a seguir.

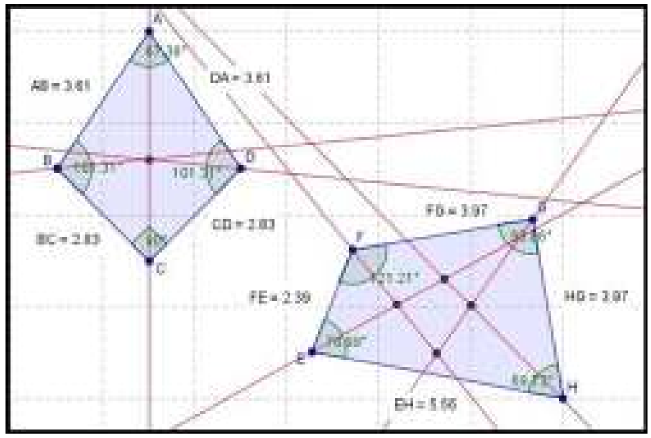

Figura 15: resolução da atividade 2 item c
Fonte: elaboração do autor

Na última etapa desta questão, podemos socializar que uma das descobertas que obtemos resolvendo esta atividade (utilizando a função arrastar do *software*) é que se o quadrilátero for não convexo também existirá o bissectograma, pois a figura que formará será também um quadrilátero côncavo parecido como uma ampulheta, que é chamado de quadrilátero estrelado, como ilustra a figura 16.

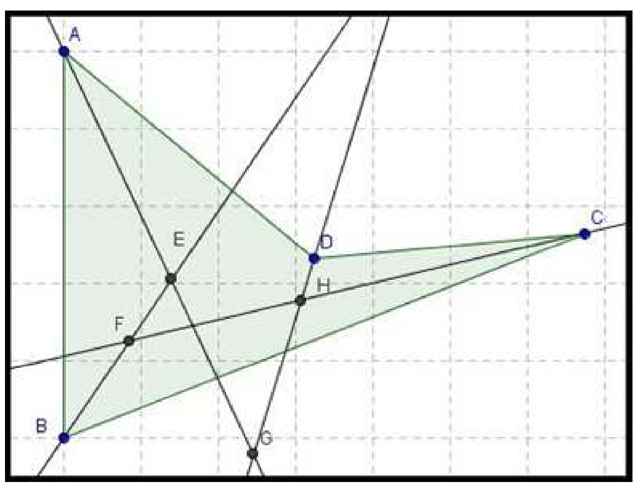

Figura 16: resolução da atividade 2 item d
Fonte: elaboração do autor

Atividade 3:Desafio interessante

Esta questão tem vários modos de edificação no *software* GeoGebra, no entanto, o modo de construção deste questão será realizada por circunferência, ou seja, por construção geométrica. Segue abaixo o enunciado.

Desenhem três pontos A, M e K. Construa o ponto B como a imagem simétrica da A em relação a M e construa o ponto C como a imagem simétrica de A em relação a K. Construa o ponto D como a imagem simétrica de B em relação a K. Arraste diferentes pontos e faça três observações sobre Quadrilátero ABCD e justifique sua validade.

Feito os pontos simétricos e ligado os pontos formando o quadrilátero ABCD, moveremos este polígono para obtermos as observações, lembrando que existem outras observações além dessas que são sugeridas. A primeira observação que podemos fazer, é se arrastamos o ponto M até K ou A até K ou A até M ou vice e versa formará uma reta, pois se submergimos o ponto K até M, eles irão se sobrepuser, logo os pontos simétricos deles em relação ao ponto A acontecerão o mesmo.

A segunda observação, é que se movermos os pontos em qualquer lugar em exceção a outro ponto, o quadrilátero formado sempre será um paralelogramo, pois com ajuda *software* as medidas dos ângulos opostos são congruentes, a soma dos ângulos adjacentes é igual a 180°, os lados opostos são iguais e as diagonais possuem medidas diferentes e se cortam nos seus pontos médios. A figura 17 ilustra estas duas observações citadas acima.

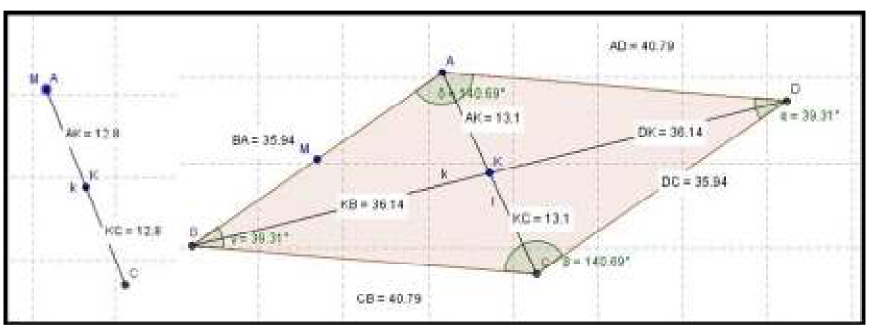

Figura 17: ilustração da 1° e 2° observações
Fonte: acervo do autor

E a última observação é que o quadrilátero sempre será convexo, pois a figura geométrica é um paralelogramo.

No próximo capítulo, analisaremos as atividades realizadas no VMTcG com mesma perspectiva da que foram trazidas neste capítulo, ou seja, tarefas de caráter investigativo e exploratório, nas quais a justificativa e a argumentação serão exploradas e valorizadas no decorrer do trabalho de campo feito neste ambiente virtual.

Capítulo IV: Análises dos dados no VMTcG

Elaboradas e realizadas as implementações e a organização dos dados obtidos, seguimos para análises das informações. Deste modo, este capítulo tem por objetivo analisar as observações e justificativas geradas nas atividades no ambiente virtual, a partir da interação *online* de futuros professores.

4.1 Intervenções analisada no VMTcG

Nesta seção ilustramos duas implementações realizadas no ambiente virtual VMTcG. A primeira descreve o processo de resolução *online* do Teorema de Varigon[8] por uma dupla de alunos no projeto UFRRJ e no subprojeto Ensino da Matemática 2013 e a segunda descreve também o processo de resolução *online* da construção, observação e justificativa dos pontos notáveis em um triângulo qualquer por seis alunos no projeto UFRRJ e no subprojeto Ensino da Matemática II. Essas implementações fazem parte de um projeto de pesquisa que analisa interações discentes e docentes em ambientes virtuais de aprendizagem.

Nossa implementação teve salas com dois propósitos diferentes: 1) salas para a ambientação no VMT e 2) salas para a resolução da tarefa proposta. Entretanto, as análises exemplificadas neste trabalho são as salas de resolução da tarefa. Nelas os discentes interagem aproximadamente 1 hora e 30 minutos.

Conforme sempre fazemos em nossas implementações com o VMTcG, realizamos um tempo de ambientação. Nesse momento os interlocutores têm oportunidade de se familiar com o ambiente virtual. Não há atividade matemática específica para ser resolvida. É apenas um conhecimento do cenário e de suas ferramentas. Os licenciandos de matemática[9] interagiram aproximadamente 30 minutos. Neste tempo

[8] A implementação da atividade do Teorema de Varigon gerou o artigo de Marques e Bairral (2014).

[9] A maioria dos participantes tinham conhecimento do GeoGebra e também a maioria estavam fisicamente em lugares diferentes.

normalmente os participantes percebem que o GeoGebra não pode ser utilizado ao mesmo tempo por todos, pois um botão do VMTcG chamado *take/release control* libera o acesso apenas um por vez. Quando clicava neste botão como *take control*, um usuário pegava o controle do programa GeoGebra, e para este passar o controle clicava neste botão como *release control*, em que liberava o controle para algum usuário pegá-lo.

Para ficar mais fácil o entendimento separamos os dados em dois sub-tópicos de análise, a saber: Licenciandos interagindo no VMTcG (Teorema de Varigon) e Licenciandos interagindo no VMTcG (Pontos notáveis do triângulo).

4.2 Licenciandos interagindo no VMTcG (Teorema de Varigon[10])

Na sala Atividade_1[11] (sala com a tarefa) foi proposto a seguinte atividade:

Construa um quadrilátero qualquer e marque o ponto médio de cada um de seus lados. O que você pode dizer sobre o quadrilátero formado pela união destes pontos médios? Justifique sua resposta.

Inicialmente, ilustramos uma tela na qual os alunos estavam interagindo na tarefa proposta.

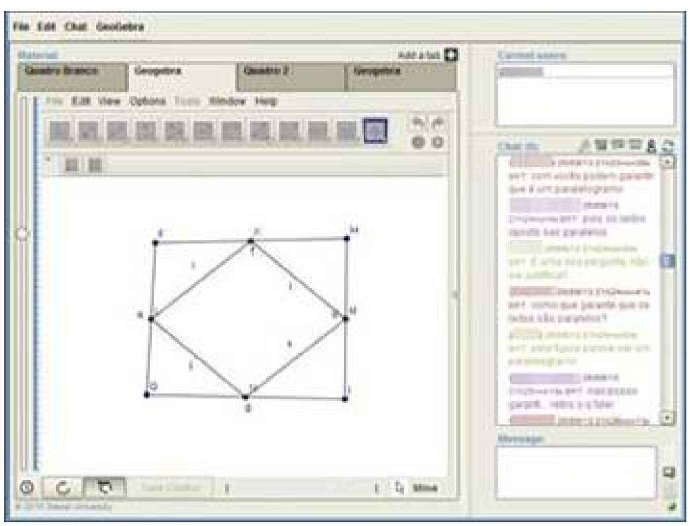

Figura 18: imagem da sala do VMTcG com desenho feito pelos participantes
Fonte: p*rintscreen* da sala Atividade_1 do VMTcG

[10] O teorema de Varignon diz que os pontos médios dos lados de um quadrilátero qualquer sempre determinam um paralelogramo.
[11] Nesta sala existia somente 2 discentes.

Feito o quadrilátero ligado pelos pontos médios foi questionado pelo participante "*Felipe*[12]" ("*Agora o que vocês me diz sobre este quadrilátero formado pelos pontos médios*", 99-100), como é ilustrado com trecho[13] do *chat*.

Índice	Autor	Mensagem[14]
99	Felipe	Agora o que vocês me dizem sobre este quadrilátero formado
100	Felipe	pelos pontos médios
101	José	É um paralelogramo
102	Rita	Sim sim
103	Felipe	com vocês podem garantir que é um paralelogramo?
104	Rita	pois os lados opostos sao paralelos
105	José	É uma boa pergunta, não sei justificar!
106	Felipe	como que garante que os lados são paralelos?
107	José	pela figura parece ser um paralelogramo
108	Rita	nao posso garantir... retiro o q falei

Quadro 1: fragmentos de mensagens escrita na sala atividade_1
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Percebemos que os estudantes "José" e "Rita" observaram que o quadrilátero formado pelos pontos médios aparenta ser um paralelogramo (101-102), mas não souberam inicialmente justificar a ideia (104-108), consequentemente intrigados, começaram utilizar as ferramentas do GeoGebra e argumentaram entre eles como poderia certificar esta conjectura.

[12] Felipe e Artur eram os mediadores no VMTcG e os outros participantes possuíam nomes fictícios.
[13] Todos os trechos foram transcritos na forma natural da interação.
[14] A plataforma VMT registra todas as inscrições no ambiente. Esse tipo de tabela é gerado a partir desse registro, inclusive, os índices, que são os ordenadores dos turnos de interação.

Índice	Autor	Mensagem
126	José	eu estava pensando em traçar um segmento IF e depois comparar os triangulos GFI com Gge
127	Felipe	O q vc acha da ideia do José Rita
128	José	já que os pontos "e" e "g" são pontos médios então os segmentos "eg" e "FI" são paralelos
129	Rita	Sim sim
130	José	acho que vale daquela relação que "eg" é base média relativa ao segmento "FI"
131	José	Estou no caminho ou estou falando besteira?
132	José	o que acham ?
133	Artur	isso José
134	Rita	Se eg e FI sao paralelos consequentemente fh e FI são tbm entao podemos dizer q eg e fh sao paralelos
135	Rita	correto?

Quadro 2: fragmentos 2 de mensagens escrita na sala atividade_1
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Neste quadro vemos que os interlocutores continuavam procurando ideias que justificassem suas hipóteses. Eles fizeram algumas movimentações nos pontos do quadrilátero e acrescentaram dois segmentos, sendo um deste (o FI) citado por "*José*" (126), como ilustra a figura 19.

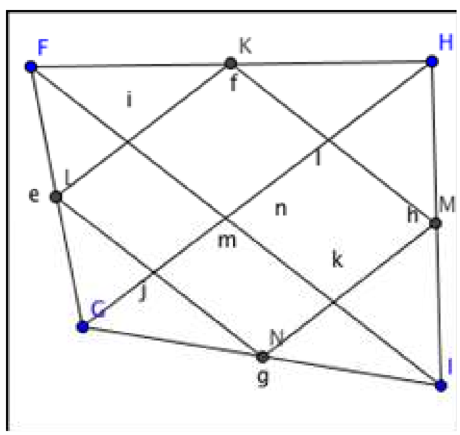

Figura 19: desenho feito pelos participantes no GeoGebra no VMT
Fonte: *printscreen* da tela do GeoGebra no VMT

Observando a figura 19 e a explicação do trecho citado pelo estudante "*José*" ("*eu estava pensando em traçar um segmento IF*", linha 126 do *chat* escrito) temos que o segmento LN (o participante escreveu eg, mas *e* e g são os nomes dos segmentos do quadrilátero inicial, 128) é base média do triângulo GFI (128), com isso os segmentos FI e LN são paralelos, pois "José" possivelmente lembrou do Teorema da base média de um triângulo[15] (130), desta forma os segmentos FI e LN são paralelos . Esta afirmação foi validada pelo mediador "*Artur*" (133) e pela integrante "*Rita*" (134 -135).

Índice	Autor	Mensagem
147	José	Então o segmento "eg" é paralelo ao segmento "FI"
148	Felipe	por que é paralelo
149	José	e fazendo o mesmo procedimento feito lá em cima na conversa, podemos fazer com os triangulos HFI e HKM
150	Artur	isso José
151	Rita	por semelhança de triangulo
152	José	como eu tinha feito lá em cima na conversa

Quadro 3: fragmentos 3 de mensagens escrita na sala atividade_1
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Neste trecho "*José*" observou a figura 19 percebeu que fazendo o mesmo procedimento no triângulo HFI chegaria à conclusão que KM é paralelo a FI (147), pois já tinha feito o mesmo procedimento no triângulo GFI (152).

Índice	Autor	Mensagem
181	José	Qual será o próximo passo?
182	Rita	mas se eu movimentar KM esse segmento vai se sobrepor a FI
183	Rita	Ou nao?
184	Felipe	mexe aí Rita

Quadro 4: fragmentos 4 de mensagens escrita na sala atividade_1
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Em sua reflexão "*Rita*" teve uma ideia diferente para certificar que o segmento KM e FI eram paralelos, isto é, de KM se sobrepor a FI (182).

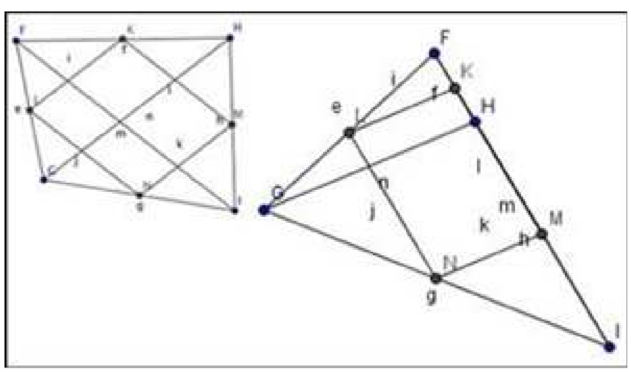

Figura 20: desenho movimentado da Figura 6
Fonte: *printscreen* da tela do GeoGebra no VMT

[15] Teorema da base média de um triângulo diz que o segmento que une os pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado, e sua medida é igual à metade da medida do terceiro lado.

Observando a figura 20, percebemos que "*Rita"* movimentou o ponto H, e não o segmento KM como sugeriu (182). Desta forma, ela não constatou que os segmentos são paralelos, e somente deformou a figura original.

Índice	Autor	Mensagem
220	Artur	se LN e FI sao paralelos e os pontos L e N são pontos médios, pela propriedade da base média ...o que podem dizer?
221	José	Que são paralelos.
222	Artur	algo mais?
223	José	e proporcionais
224	Rita	Exatamente José
225	Felipe	isso ai
226	Artur	em quanto?
227	José	FI = 2*LN
228	Rita	Sim sim

Quadro 5: fragmentos 5 de mensagens escrita na sala atividade_1
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

No quadro observamos que o mediador "*Artur*" fez alguns questionamentos sobre as propriedades da base média de um triângulo (220, 222, 226) e os participantes concluíram que LN e FI eram paralelos (221), proporcionais (223) e FI= $2 \times$ LN (227).

Índice	Autor	Mensagem
235	Artur	ok José; e isso ajuda em algo p/ finalizar?
236	José	Que o quadrilátero formado pelos pontos médios de um quadrilátero será sempre em paralelogramo
237	José	é isso?
238	Rita	faz sentido
239	Felipe	Correto

Quadro 6: fragmentos 6 de mensagens escrita nasala atividade_1
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

No fragmento do *chat* ilustrado acima "*José"* e "*Rita"* chegaram à conclusão "*que o quadrilátero formado pelos pontos médios de um quadrilátero será sempre um paralelogramo*" (teorema de Varignon). A seguir ilustramos algumas de suas construções no GeoGebra e que os auxiliaram nessa conclusão.

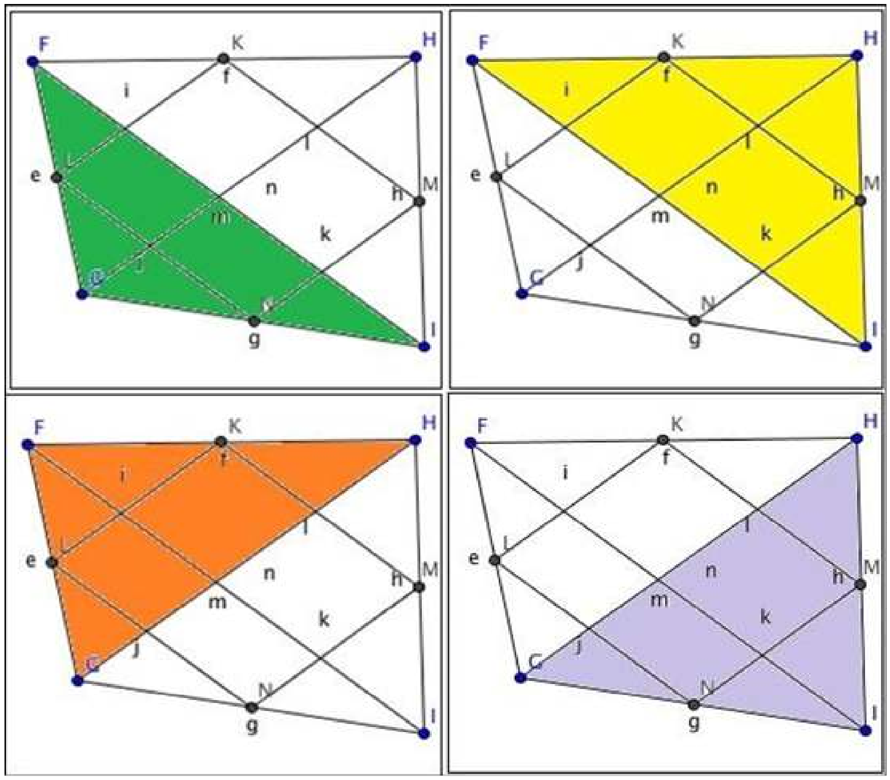

Figura 21: desenhos da Figura 19 com os triângulos pintados
Fonte: elaboração do autor

Para chegar a esta conclusão os licenciandos trabalharam com a base média dos triângulos GFI e HFI, observando que os segmentos LN e KM eram paralelos. Do mesmo modo, considerando o triângulo FGH, eles justificaram que os segmentos LK e NM eram paralelos. Logo, pelo teorema da base média de um triângulo, temos que LK é paralelo a GH. O mesmo ocorre com o triângulo IGH. Assim, temos NM paralelo a GH e podemos concluir que LK é paralelo a NM. Portanto, o quadrilátero formado pelos pontos médios é um paralelogramo, pois tem lados paralelos dois a dois.

Nesta implementação, percebemos que os discentes conseguiram certificar sua conjectura, ou seja, que a figura formada pelos pontos médios é um paralelogramo. Entretanto, percebemos que os participantes exploraram pouco os recursos do GeoGebra, principalmente o de arrastar (a qual só foi mais utilizado pela ideia da "*Rita*" (182)) para verificar se este fato seria verdade com outros tipos de polígono como um losango, quadrado, ou trapézio isósceles. Contudo, os discentes souberam justificar, argumentar de forma conjunta até chegar ao objetivo esperado da atividade.

4.3 Licenciandos interagindo no VMTcG (Pontos notáveis do triângulo)

Nesta implementação foram trabalhadas em duas salas que foram: a sala triângulo construído[16] e sala triângulo não construído[17], nos quais os participantes foram divididos igualmente nelas.

Sala	Propósito	Tempo de trabalho	Participantes
Ambientação 1 e 2	Trabalho livre no VMT para o conhecimento de algumas de suas ferramentas	30 min	Fernanda, Flávia, Gustavo, Joaquim, Jonatas e Rose.
Triângulo construído	Observem o triângulo construído no GeoGebra e os três pontos notáveis (ortocentro/O, circuncentro/C e baricentro/B). Agora movam os pontos livres e façam três observações. Lembrem-se de justificar cada uma das vossas observações.	1hora e 30 minutos	Flávia, Jonatas e Rose.
Triângulo não construído	Construam um triângulo qualquer no GeoGebra. Agora localizem o seu ortocentro (O), o seu circuncentro (C) e o seu baricentro (B). Mova os pontos livres e façam três observações. Lembrem-se de justificar cada uma das vossas observações.	1hora e 30 minutos	Fernanda, Joaquim e Gustavo.

Tabela 1: descrição da implementação
Fonte: elaborada pelo autor

Embora as atividades sejam diferenciadas (em termos de construção geométrica e de domínio de ferramentas do GeoGebra), o seu propósito exploratório era o mesmo: analisar o comportamento dos pontos notáveis de

[16] Nesta sala ficaram os discentes com familiaridade com o *software* GeoGebra.
[17] Nesta sala ficaram os discentes que não conheciam ou tinha pouca familiaridade com o *software* GeoGebra.

um triângulo. Agora analisaremos e traremos a atividade da sala triângulo construído e a seguir sala triângulo não construído.

Sala triângulo construído

A tarefa proposta foi a seguinte:

Observem o triângulo construído no GeoGebra e os três pontos notáveis (ortocentro/O, circuncentro/C e baricentro/B). Agora movam os pontos livres e façam três observações. Lembrem-se de justificar cada uma das vossas observações.

Na sala, já havia construído um triângulo qualquer e os pontos notáveis, deste modo cabia aos integrantes trabalhar com a figura fornecida.

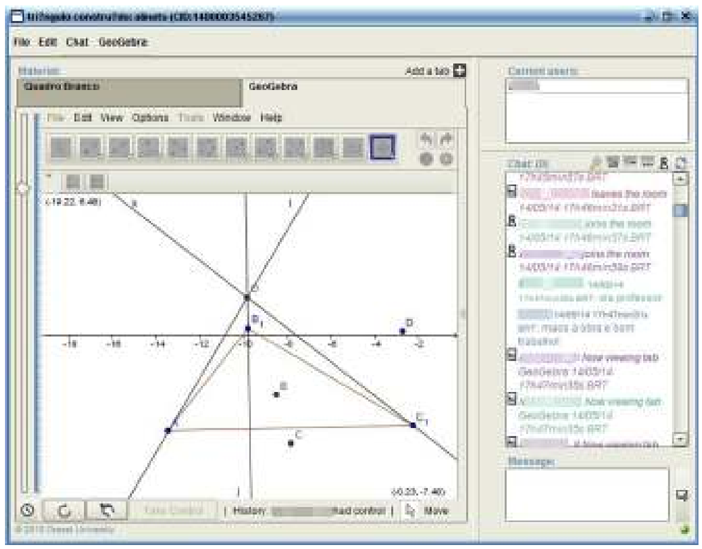

Figura 22: imagem da sala do VMTcG com desenho feito pelo autor
Fonte: *printscreen* da sala triângulo construído do VMTcG

Neste sentido, os interlocutores começaram a movimentá-la e a observar o que ocorriam com os pontos notáveis e também com triângulo. Logo, começaram a surgir as primeiras observações, por exemplo.

Índice	Autor	Mensagem
76	Jonatas	eu observei que em qualquer tipo de triangulo, esses pontos são colineares
77	Flávia	isso, eles dependem dos pontos azuiz
78	Flávia	Azuis
79	Jonatas	outra, se o triangulo for retângulo, O é o vértice do ângulo reto e C e o ponto médio da hipotenusa
80	Jonatas	e outra, B esta sempre entre O e C
81	Flávia	faz ele retângulo ai, Rose
82	Flávia	pra eu observar
83	Felipe	mas tente justificar essa observações Jonatas
84	Jonatas	difícil hein

Quadro 7: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Neste trecho[18] percebemos "Jonatas[19]" fazendo algumas observações (76-80), porém a tarefa não só consistia em fazê-las, mas também em justifica-las. Deste modo o participante "Felipe" fez um questionamento ("*mas tente justificar essa observações Jonatas*", 83), contudo Jonatas retoucou-se ("*difícil hein*", 84). Assim, percebemos que este integrante teve boas observações, entretanto, possui dificuldades em argumentar mais sobre suas ideias.

Índice	Autor	Mensagem
88	Felipe	é só usar definição Jonatas
89	Flávia	vdd, Jonatas.. essa eu não tinha reparado
90	Rose	sim, está retangulo
91	Felipe	Sim
92	Felipe	Flávia
93	Flávia	Sim sim
94	Jonatas	isso é fácil de ver... pois o ortocentro é o encontro de todas as alturas, certo?
95	Jonatas	e no triângulo retângulo, 2 alturas são os catetos
96	Jonatas	tah certo o que eu falei?
97	Artur	concordo Jonatas
98	Artur	o que dizem a Flávia e a Rose?
99	Flávia	eu concordo tbm
100	Rose	Concordo

Quadro 8: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

No quadro acima o mediador "*Felipe"* inicia este fragmento do *chat* auxiliando o discente "*Jonatas"* na ideia para argumentar (88) sobre as observações feitas no quadro anterior (76-80). No decorrer deste trecho

[18] Todos os trechos foram transcritos na forma natural da interação.
[19] Os participantes possuíam nomes fictícios e Felipe e Artur eram os mediadores no VMTcG.

percebemos os outros integrantes intrigados com suas observações e a graduanda “*Rose”* tentou justificar umas das observações (“*outra, se o triangulo for retângulo, O é o vértice do ângulo reto e C e o ponto médio da hipotenusa*”, 79) movimentando o triângulo até ficar com um formato parecido ou igual ao triângulo retângulo (“*sim, está retangulo*”, 90). Todavia, ela aparentemente não aparentou se certificar se era mesmo um triângulo retângulo, como ilustra a figura a seguir:

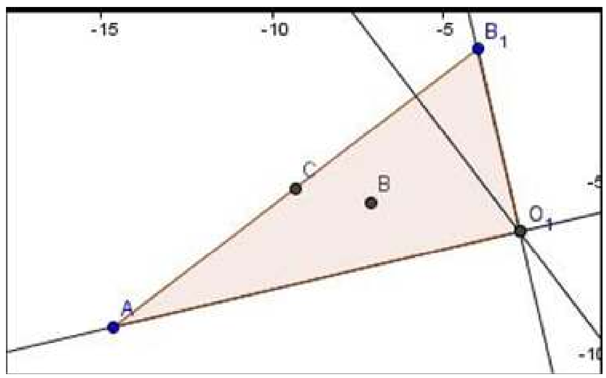

Figura 23: desenho movimentado pelos participantes no VMTcG da figura 21
Fonte: *printscreen* da tela no VMTcG

Com essa figura em vista, “*Jonatas”* notou que duas alturas do ponto notável ortocentro se coincidiam com os catetos do triângulo retângulo (94-95). Entretanto, o licenciando não conseguiu certificar que, se o triângulo era retângulo, então as alturas passariam exatamente em cima dos segmentos (catetos). Intrigado, o futuro professor perguntou aos integrantes da sala se sua observação estava correta. Logo, o mediador “*Artur*” concordou com suas ideias e, em seguida, Flávia e Rose concordaram também (96-100). Neste trecho notamos que os discentes estavam arrastando a figura, mas não utilizaram mais o *software* como era esperado.

Índice	Autor	Mensagem
113	Jonatas	Posso colocar uma reta vermelha aqui q sempre passara pelos 3 pontos?
114	Flávia	Pode..ve se vai
115	Flávia	Isso n prova que eles são colinear
116	Flávia	Isso prova
117	Jonatas	Acompanhem a reta vermelha
118	Jonatas	Comprovei?
119	Flávia	Certo...e sempre q vc movimenta os pontos, ela se move junto
120	Jonatas	Isso...então mostra que sempre serão colineares
121	Jonatas	Tah certo, professor

Quadro 9: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

O fragmento acima mostra ideia do participante *"Jonatas"* para justificar a colinearidade dos pontos notáveis. Ele sugeriu colocar uma reta ligando os pontos e seguidamente movimentou o triângulo e percebeu que a reta continuava unindo o ortocentro, o baricentro e o circuncentro (113-120), como mostra a figura 24.

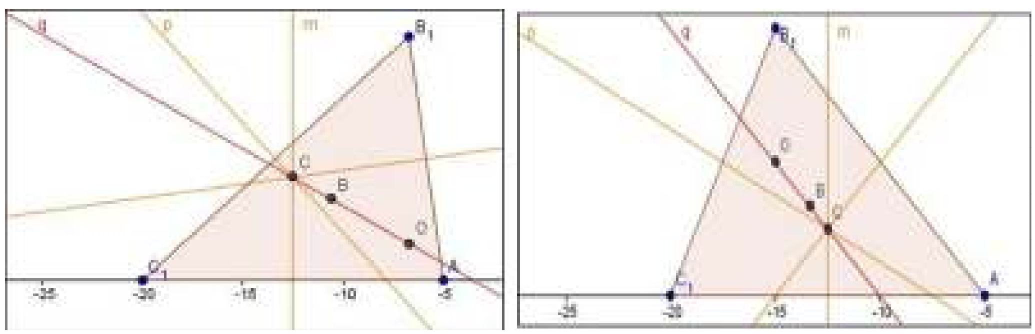

Figura 24: desenho feito pelos autores movimentado pelos participantes no VMTcG
Fonte: p*rintscreen* da tela no VMTcG

Deste modo, notou que os pontos eram colineares independentes com a forma do triângulo. Todavia, a integrante "Flávia" mesmo com esta ideia de justificativa, ainda estava com dúvida, se isso mostrava que os pontos notáveis eram realmente colineares (115-116). Assim "Jonatas" perguntou ao professor se estava correto (121). O quadro a seguir traz a confirmação um dos mediadores que a ideia da justificativa do discente estava correta (127), o que não significava que estava demonstrada, mas sim um raciocínio que para esta propriedade de colinearidade dos pontos notáveis deve ser verdadeira.

Índice	Autor	Mensagem
1126	Jonatas	Correto?
127	Felipe	Correto
128	Jonatas	E ainda digo mais... B sempre estava entre O e C

Quadro 10: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Além disso, este trecho *"Jonatas"* apresentou mais uma observação que o baricentro estava entre o circuncentro e ortocentro (128). Portanto, temos que as ideias expostas nos trechos 3 e 4 vem de um teorema[20] e a reta que passa nestes pontos é conhecida como Reta de Euler.

Índice	Autor	Mensagem
132	Jonatas	Usa o plano cartesiano e coloca um cateto no eixo x, e o outro no eixo y fica retângulo
133	Felipe	O triangulo
134	Jonatas	Cartesiano

Quadro 11: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Aqui, neste pequeno fragmento, "Jonatas" estava tentando orientar as colegas "Rose" e "Flávia" a justificarem uma das observações feitas ("*outra, se o triangulo for retângulo, O é o vértice do ângulo reto e C e o ponto médio da hipotenusa"*, 79). As futuras professoras mediram um dos ângulos do triângulo e estavam movimentando-o, porém, não estavam conseguindo deixar o ângulo com a medida de 90° como mostra a figura 25.

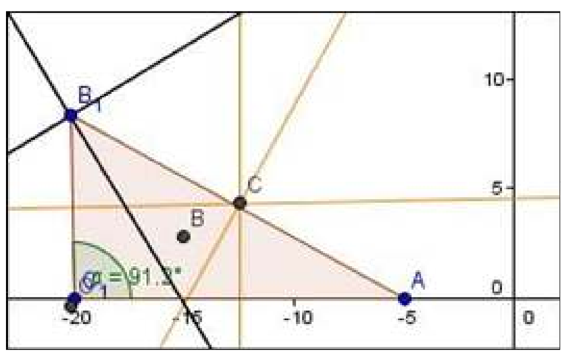

Figura 25: desenho movimentado e com o ângulo medido pelos participantes no VMTcG
Fonte: p*rintscreen* da tela no VMTcG

Observamos que as graduandas tiveram dificuldades em manusear o *software* para chegar a uma argumentação desejada e acabaram apagando o triângulo, como mostra no quadro seguinte.

[20] O teorema diz que em um triângulo ABC qualquer, o baricentro, o ortocentro, e o circuncentro são colineares. O baricentro está entre o ortocentro e o circuncentro e sua distância ao ortocentro é o dobro de sua distância ao circuncentro.

Índice	Autor	Mensagem
152	Flávia	Professor, eu destruí o triangulo..rsrs
153	Artur	Não tem problema..rsrs

Quadro 12: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Após o ocorrido e pelo horário avançado, o mediador "Artur" decidiu terminar a sessão. Antes pediu para que colocassem as observações feitas na sala (157-158) e as participantes o fizeram (159-164).

Índice	Autor	Mensagem
157	Artur	Oi Flávia, sim, podemos terminar, mas para fecharmos coloque aqui as observações que vocês fizeram
158	Artur	Diga, sobre os pontos B, O e C.
159	Flávia	O B C são colineares
160	Rose	Agente viu que o C realmente é p circuncentro, pois a partir do lados fiz as mediatrizes
161	Flávia	O Jonatas mostrou isso com a reta vermelha que passa q pelos 3 pontos
162	Artur	Ok, algo mais?
163	Felipe	Mas Rose eu já disse isso na questão
164	Flávia	Tem a questão do triangulo retângulo que um dos pontos e o ponto médio da hipotenusa

Quadro 13: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Com esta atividade percebemos que os participantes conseguiram fazer as observações. Entretanto, eles encontraram dificuldades para certificar estas ideias apontadas, conforme solicitado na tarefa proposta. Acreditamos que a pouca experiência com o *software* e também do ambiente tenha dificultado suas justificativas, no entanto, ainda houve discente que conseguiu justificar uma das observações ditas, que foi caso da colinearidade dos pontos notáveis (índice 76).

Sala triângulo não construído

A tarefa proposta foi a seguinte:

Construam um triângulo qualquer no GeoGebra. Agora localizem o seu ortocentro (O), o seu circuncentro (C) e o seu baricentro (B). Mova os pontos livres e façam três observações. Lembrem-se de justificar cada uma das vossas observações.

Logo os integrantes trataram de construir um triângulo qualquer e tentaram localizar seus pontos notáveis, como ilustra a figura a seguir.

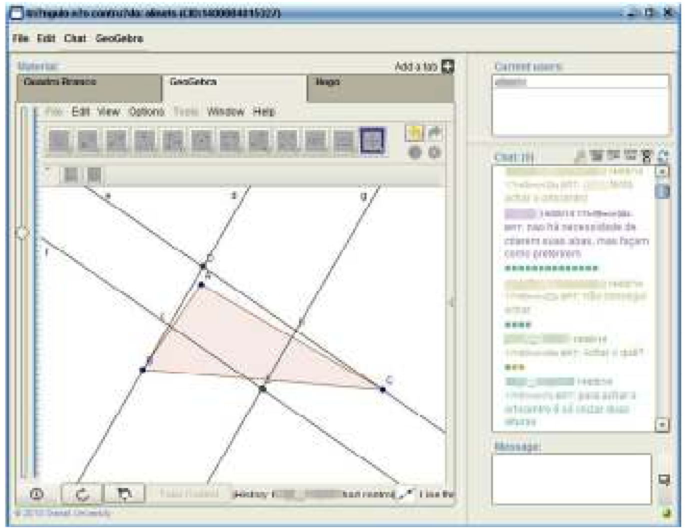

Figura 26: imagem da sala do VMTcG com desenho feito pelos participantes
Fonte: *printscreen* da sala triângulo não construído do VMTcG

Entretanto, percebemos que alguns discentes tiveram dificuldades de lembrar as definições de ortocentro, baricentro e circuncentro. Com isso tiveram problemas na construção dos pontos notáveis, principalmente o baricentro e assim o mediador *"Felipe"* tentou relembrar estas definições aos participantes (85) como ilustra trecho a seguir.

Índice	Autor	Mensagem
85	Felipe	Lembrando o baricentro é o encontro das medianas, o orytocentro encontro das alturas e circuncentro o encontro das mediatrizes
86	Gustavo	Me perdi galera
87	Felipe	Movendo o triângulo que observações vcs podem dar
88	Gustavo	Não estou tendo acesso ao desenho
89	Joaquim	Bom, ortocentro e o circuncentro são externos ao triângulo
90	Joaquim	Então ele é obtusângulo
91	Felipe	Gustavo feche e abra novamente

Quadro 14: fragmentos de mensagem escrita nasala triângulo não construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Além de relembrar a definição dos pontos notáveis, neste fragmento mostrou um pouco da situação que ocorreu durante a sala. *"Felipe"* perguntou que observações os participantes poderiam dar (86), enquanto o integrante da sala *"Gustavo"* estava tendo dificuldades no acesso da figura e o mediador pediu para abrir e fechar a sala (86-91). E o participante *"Joaquim"* colocou uma observação, que falava se o ortocentro e o circuncentro estiverem fora do triângulo, então este é obtusângulo.

Índice	Autor	Mensagem
135	Joaquim	O círculo tem que passar exatamente nos três vértices do triângulo
136	Joaquim	As mediatrizes estavam certos
137	Gustavo	Eu fiz isso
138	Joaquim	Ficou um pouquinho fora quando vc fez
139	Joaquim	Tenta ai
140	Gustavo	Ok
141	Gustavo	E aew?
142	Joaquim	Viu ,ta fora ainda
143	Joaquim	Não está passando pelo ponto A
144	Joaquim	As mediatrizes estão certos
145	Gustavo	Tá sim
146	Joaquim	O círculo, não
147	Fernanda	A construção da circunferência a partir dos vértices do triângulo tava errada para achar o circuncentro
148	Joaquim	O raio do círculo tem que ser EA, EB ou EC
149	Joaquim	O centro é o ponto E
150	Fernanda	?
151	Joaquim	Isso
152	Gustavo	No meu visor está aparecendo a construção correta mas para vc!
153	Gustavo	Vcs
154	Felipe	Correto
155	Fernanda	Apareceu certo pra mim
156	Gustavo	acho que foi atualizado a página
157	Joaquim	Pra mim tbm tá certo

Quadro 15: fragmentos de mensagem escrita na sala triângulo não construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Neste trecho ilustra algo intrigante que aconteceu na sala do VMTcG, que acabou tirando foco da tarefa neste período. Um dos participantes construiu o ponto notável que era o circuncentro, e após ergueu a circunferência que passava pelos vértices do triângulo, com origem neste ponto. Mas, não estava aparecendo esta figura para “*Joaquim*”, então começaram interagir sobre o ocorrido. No primeiro momento *“Joaquim”* achou que *“Gustavo”* tinha feito incorreto, contudo *“Gustavo”* rebateu dizendo que tinha feito correto e refez. Contudo, continuava ainda aparecendo do mesmo modo por algum tempo até que apareceu da forma descrita por Gustavo (135-152). No final *“Gustavo”* perguntou aos demais integrantes se estavam conseguindo ver à figura corretamente e naquele instante disseram que sim inclusive “Joaquim”, (152-157). A seguir mostraremos a figura que ocorreu tal discussão.

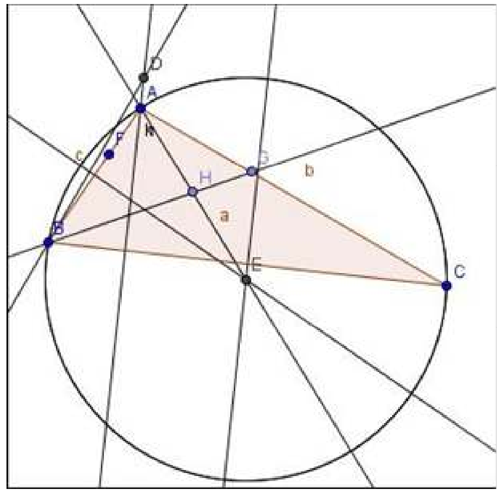

Figura 27: desenho movimentado e com circuncentro construído pelos participantes no VMTcG
Fonte: *printscreen* da tela no VMTcG

Acreditamos que nesta ocasião houve algum problema de conexão, pois trabalhamos em um ambiente virtual que é *online*, ou seja, é preciso ter uma boa conexão com a *internet*.

Índice	Autor	Mensagem
200	Felipe	Pessoal o q vcs podem dizer a relação desses pontos notáveis
201	Felipe	Com o triângulo
202	Joaquim	A posição dos pontos muda de acordo com tipo de triângulo
203	Joaquim	Se for obtusângulo, por exemplo, o ortocentro, por exemplo, o ortocentro é exterior a ele
204	Felipe	Que tipo
205	Felipe	São eles
206	Joaquim	Se for acutângulo, é interior...
207	Joaquim	Se for equilátero, os três pontos se sobrepõem
208	Felipe	Correto
209	Artur	Muito bem, e vcs podem justificar
210	Joaquim	Na questão do ortocentro no triângulo obtusângulo, é porque a altura encontra o prolongamento do lado, não o lado em si
211	Joaquim	No triângulo equilátero, já que todos os lados são iguais, a mediana é também, perpendicular, como a altura
212	Joaquim	Então ambas, na verdade, são mediatrizes
213	Felipe	Certo mas como vc pode afirmar que o triângulo é deste tipo
214	Joaquim	Determinar o tipo do triângulo usando as cevianas, é isso?

Quadro 16: fragmentos de mensagem escrita na sala triângulo não construído
Fonte: transcrições geradas pelo VMTcG

Neste quadro “Felipe”, volta a perguntar sobre a relação desses pontos notáveis com o triângulo (200-201), e “Joaquim” trouxe algumas observações sobre esta relação (202-207). Neste sentido, o mediador “Artur” questionou os participantes (*“Muito bem, e vcs podem justificar”*, 210), então

“Joaquim” trouxe algumas justificativas (2011-212), contudo “Felipe” questionou (*“Certo mas como vc pode afirmar que o triângulo é deste tipo”*, 213), pois foi percebido que houve pouca movimentação do triângulo neste sentido e não teve uso de algumas ferramentas do GeoGebra para confirmar tais afirmações, ou melhor, as justificativas do participante. Assim acreditamos que foi pouca a interação com o *software*, pelos integrantes da sala triângulo não construído, principalmente na parte da justificativa com ajuda do GeoGebra.

As duas salas do VMTcG foram trabalhados atividades similares, mas as observações foram bem diferentes, enquanto em uma sala os discentes ressaltaram a colinearidade dos pontos, que no triângulo retângulo o ortocentro se encontra no vértice do ângulo reto, o circuncentro no ponto médio da hipotenusa deste triângulo, e as duas alturas se encontraram nos catetos dele e o baricentro está sempre entre o ortocentro e o circuncentro. Já na sala triângulo não construído, as observações foram diferentes. As advertências dos discentes nesta sala foram que se o ortocentro e o circuncentro estiverem fora do triângulo, então ele será obtusângulo, se forem internos, então, o triângulo será acutângulo e, por fim, se os três pontos estiverem coincidindo então ele será equilátero.

Mesmo havendo esta variedade de observações pelos participantes, percebemos que em ambas as salas a falta da justificativa para as observações que os futuros professores fizeram no trabalho com o uso do GeoGebra. Embora tenha havido uma justificativa com o *software* e algumas tentativas de justificativa, principalmente, na sala triângulo construído, os discentes não conseguiram argumentar com mais aprofundamento as suas observações feitas no *chat*. Acreditamos que essa falta deu-se pela dificuldade de se expressar com o GeoGebra (pois era algo novo para eles), por problemas técnicos de conexão ou devido a outra limitação no trabalho com o ambiente virtual. Portanto, cabe investigar mais o motivo dessa pouca justificativa por parte dos futuros professores.

4.4 Resultados e reflexões sobre o trabalho no VMTcG

Os trabalhos realizados nos trouxeram aspectos diferentes e interessantes, mas resultados semelhantes. Na primeira análise (Teorema de Varigon), os discentes inicialmente ficaram em dúvida como justificar sua ideia, entretanto conseguiram justificá-la, pois traçando a diagonal no quadrilátero relembraram algo que já foi estudado por eles que ajudou a certificar a conjectura, juntamente com *software* e diálogo entre eles.

Na segunda análise (Pontos notáveis de um triângulo), os discentes tiveram mais dificuldades em justificar suas observações. Embora a sala triângulo construído trouxe uma argumentação de uma de suas observações e os discentes tentaram com ajuda do *software* GeoGebra justificar as outras. Na sala triângulo não construído os discentes tentaram justificar suas observações somente em base do que conheciam e não se expressaram com o recurso do GeoGebra para validar estas.

Tivemos algumas singularidades nas salas triângulo construído e não construído. Na com triângulo construído, possivelmente por ter a figura já pronta, os participantes fizeram mais movimentações, enquanto a outra sala, que não tinha o triângulo previamente construído os discentes ficaram restritos em fazer outras construções e pouco movimentaram. Outro fato que também nos chamou atenção foi que, na sala que possuía a figura construída, os estudantes utilizaram mais ferramentas do *software* (como medir ângulos, mover, observar eixos e ponto médio), para tentar verificar suas conjecturas e na outra tentaram certificar suas ideias por meio da visualização da figura geométrica.

Enfim, acreditamos que a atividade ocorrida no VMTcG tenha contribuído para que os discentes interagissem *online*, conjecturassem, percebessem a importância de justificar suas ideias e a trabalhar colaborativamente em tarefas de Geometria. Acreditamos, também, que esse tipo de trabalho tenha trazido um novo olhar aos futuros educadores sobre os ambientes virtuais como mais uma possibilidade para as suas futuras aulas de matemática.

Considerações finais

Existem diversos programas que se tornam ferramentas poderosas para o processo de aprendizagem da Matemática. Esses programas apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, os usuários a pensarem matematicamente, ou seja, fazem experimentos, testam hipóteses e criam meios de resolver problemas (MEIER e GRAVINA, 2012). E, ao mesmo tempo, proporcionam novos modos de visualizar um objeto, o que muitas vezes enriquece o aprendizado (AMARAL, 2011) e, em outras, se complexifica.

De modo geral, nossas tarefas despertaram interesses e bons resultados dos participantes, tanto na parte da visualização como da argumentação, justificativa e demonstração das propriedades geométricas. Nas interações no VMTcG os participantes iniciaram construído a mesma figura (única e compartilhada com todos) e quando cada um individualmente mexia nela todos tinham a visualização do que acontecia. Nesse ambiente os intercâmbios ocorriam natural e simultaneamente, com inserções e justificativas, ora no quadro branco, ora no *chat* e no próprio GeoGebra. Quando algum estudante queria realizar alguma construção ou manipulação no *software* ele solicitava o mouse usando o comando *take/release control*.

O tipo de atividade proposto no VMTcG permitiu aos licenciandos a pensarem e refletirem nas ideias geradas e, com ajuda do *software* e da interação favorecida pelo *chat*, os integrantes construíram, observaram propriedades e elaboraram justificativas para as propriedades emergentes em suas manipulações. Esse processo de descobertas, de validações e refutações na produção e desenvolvimento de conjecturas em atividades com SGD pode ser assim esquematizado (inspirado em Hsieh et al., 2012).

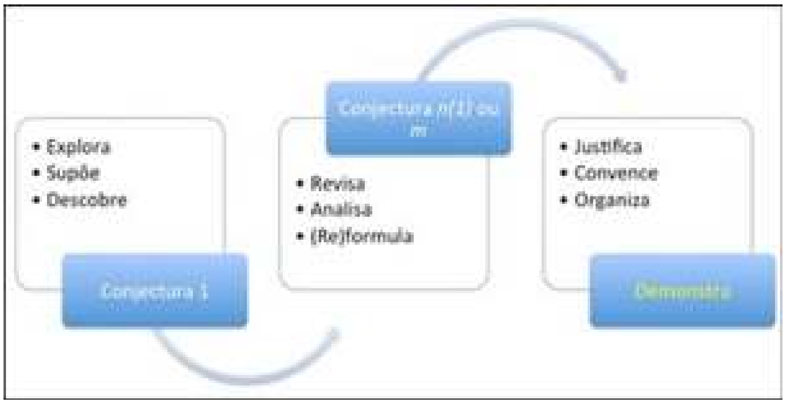

Figura 28: esquema para a construção de provas em SGD
Fonte 1: elaboração dos autores (inspirados em Hsieh et al., 2012)

Acreditamos que, os formadores de professores de matemática, ao adotarem um olhar estimulador e processual para as provas com SGD, podem tornar os futuros docentes mais motivados para o uso de SGD como minimizadores das dificuldades comumente encontradas para demonstrar em matemática. Todavia, é importante destacar que nem sempre um *chat* é suficiente para esgotar uma discussão (BAIRRAL, 2013), para dar conta da solução de um problema matemático ou da construção de determinada prova.

Desta forma, ao realizarmos inovações desse tipo, estamos contribuindo com a formação inicial de professores de matemática para o uso de *softwares* em suas aulas e tornando os futuros docentes mais conscientes da importância da geometria dinâmica com *software* para o desenvolvimento de novas formas de observação e justificativa de propriedades geométricas.

Nosso próximo passo para futuros desdobramentos será investigar o motivo da dificuldade que os discentes possuem em justificar no VMTcG, em que ocorreram durante algumas atividades implementadas (se foi por causa da conexão, do GeoGebra, de conhecimento prévio da atividade entre outros) e trabalhar neste ambiente virtual com alunos do Ensino Médio ou professores de matemática em tarefas semelhantes, de modo a explorar o processo de argumentação dos participantes.

Outra possibilidade de trabalho futuro será propor uma mesma atividade em salas diferentes em que uma tenha a figura geométrica previamente construída e outra não esteja construída. Desta forma, procurar investigar se com a figura previamente feita os participantes procura-se certificar da mesma forma que na outra, ou se cada sala procurar certificar suas conjecturas de forma diferente.

Referências Bibliográficas

ALVES, G. S. O Uso de Softwares de Geometria Dinâmica para o Desenvolvimento de Habilidades Cognitivas: uma aplicação em alunos do ensino médio. 2004. **Dissertação** (Mestrado em Informática). Rio de Janeiro: UFRJ, 2004.

AMARAL, R.B. Argumentação matemática colaborativa em um ambiente online. **Acta Scientiae**, v.13, n.1, jan./jun. 2011.

ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. C. C.; MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. Arquitetando um ambiente de aprendizagem no GeoGebra em tablets. In: **Anais...** VI Encontro Estadual de Educação Matemática (EEMAT-RJ), p. 1-9, Rio de Janeiro, 2014.

BAIRRAL, M. A. **O uso de chat e de fórum de discussão em uma educação matemática inclusiva** (Vol. 5). Rio de Janeiro: Edur, 2013.

BAIRRAL, M.A.; SALLES, A.T. Interações docentes e aprendizagem matemática em um ambiente virtual. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.17(2), pp. 453-466, 2012

BACCAGLINI-FRANK, A. E. B. Dragging and Making Sense of Invariants in Dynamic Geometry. In this activity, students learn to make conjectures about properties that do not change. **Mathematics Teacher**, v. 105, n. 8, 2012.

CIRILO, M.; HERBST, P. G. **Moving Toward More Authentic Proof Practices in Geometry**.2010.Disponível em: <http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/78169/Ciri?sequence=1 >. Acesso em : 19 de novembro de 2014, 13:05.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In: **Anais...** VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996.

HSIEH, FENG-JUI, HORNG, WANG-SHIAN; SHY, HAW-YAW.From Exploration to Proof Production. In G. Hanna & M. de Villiers (Eds.), **Proof and Proving in Mathematics Education**. New York: Springer, 2012, p. 279-303.

KINDEL, D. S. Um Ambiente Colaborativo a Distância: Licenciandos dialogando sobre os infinitos. 2012. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: UNIBAN, 2012.

KING, J. R.; SCHATTSCHNEIDER, D. **Geometria Dinâmica**: seleção de textos do livro Geometry Turned On! Lisboa: APM, 2003.

KUSIAK, R.S.; PRESTES, R.F.; SCHMIDT, D.; FRANZIN, R.F. A utilização do software GeoGebra no ensino da geometria plana: uma experiência PIBID. In: **Anais...** Seminário Nacional de Inclusão Digital. Passo Fundo, 2012.

MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. Futuros Professores de Matemática Interagindo em um Ambiente Virtual com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista**, n. 41, p. 5-18, 2014.

MENEGOTTO, G.; LARA, I. C. A. Contribuições do Software Geoalgebra Para o Estudo de Paralelogramos. **Alexandria**, v.4, n.2, p.31-55, 2011.

MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. In: **Anais...** 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra, p. CCL-CCLXIV, 2012.

PEREIRA, T. de L. M**. O** uso do software GeoGebra em uma Escola Pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. 2012. **Dissertaçã**o (Mestrado em Educação Matemática). Juiz de Fora: UFJF, 2012.

PONTES, D.S.; LAZANHA, R.; TEIXEIRA, C. N. Z.; OLIVEIRA, T. C.; MAXIMINIANO, R. C. P.; OLIVEIRA, M. C. O Uso do Software GeoGebra no Ensino Infantil. In: **Anais...**Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra. Uruguai, 2012.

PUC-SP. Instituto São Paulo GeoGebra. Disponível em: <http://www.pucsp.br/geogebrasp/>. Acesso em: 08 de fevereiro 2014, 9:55.

RICHIT, A.; BENITES, V. C.; ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S. Contribuições do software GeoGebra no estudo de cálculo diferencial e integral: uma experiência com alunos do curso de geologia. In: **Anais...** 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra, p. 90- 99, 2012.

SCHEFFER, N. F.; PASIN, P. A argumentação de professores de matemática suscitada pelo uso de softwares dinâmicos: construindo significados. **Vidya**, v. 33, n. 1, p. 9-17, 2013.

SCHEFFER, N. F. A Argumentação Matemática na Exploração de Atividades com Calculadora Gráfica e Softwares Gratuitos. In: BAIRRAL, M. A. **Pesquisa, Ensino e Inovação com Tecnologias em Educação**

Matemática: de calculadoras a ambientes virtuais (Vol. 4). Rio de Janeiro: Edur, 2012. 43-65.

ZULLATTO, R. B. A. Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas. 2002. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro: UNESP, 2002.

ANEXO I

Atividade 1: Construindo polígonos

Construa os seguintes polígonos: triângulo isósceles, quadrado, trapézio isósceles e losango, justificando uma de suas construções.

ANEXO II

Atividade 2: Bissectograma[21]

O bissectograma é o quadrilátero que se obtém por interseção das bissetrizes dos quatro ângulos de um quadrilátero.

1. Sempre existe um bissectograma em um quadrilátero?

2. O que acontece se for um trapézio isósceles?

3. Para determinados quadriláteros o bissectograma é um quadrilátero particular. Que relação existe entre o quadrilátero inicial e o bissectograma? Por que isso acontece?

4. Alguma outra descoberta que você gostaria de socializar com seus colegas?

[21] KING, J. R.; SCHATTSCHNEIDER, D. **Geometria Dinâmica**: seleção de textos do livro Geometry Turned On! Lisboa: APM, 2003.

ANEXO III

Atividade 3: Desafio interessante[22]

Desenhem três pontos A, M e K. Construa o ponto B como a imagem simétrica da A em relação a M e construa o ponto C como a imagem simétrica de A em relação a K. Construa o ponto D como a imagem simétrica de B em relação a K. Arraste diferentes pontos e faça três observações sobre Quadrilátero ABCD e justifique sua validade

---

[22] BACCAGLINI-FRANK, A. E. B. Dragging and Making Sense of Invariants in Dynamic Geometry. In this activity, students learn to make conjectures about properties that do not change. **Mathematics Teacher**, v. 105, n. 8, 2012.