

UFRRJ

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/ INSTITUTO
MULTIDISCIPLINAR**

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO,
CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS
POPULARES**

DISSERTAÇÃO

**APRENDIZAGEM NO VMT-CHAT: UM ESTUDO DE CASO FOCADO
NO RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO DE LICENCIANDOS DE
PEDAGOGIA**

ALINE TERRA SALLES

2014



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/ INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES**

**APRENDIZAGEM NO VMT-CHAT: UM ESTUDO DE CASO FOCADO
NO RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO DE LICENCIANDOS DE
PEDAGOGIA**

ALINE TERRA SALLES

Sob a Orientação do Professor

Marcelo Almeida Bairral

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação**, no Curso de Pós - graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

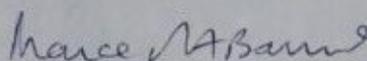
Seropédica, RJ
Novembro de 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES (PPGEduc)

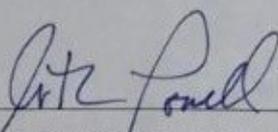
ALINE TERRA SALLES

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação, no Curso de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

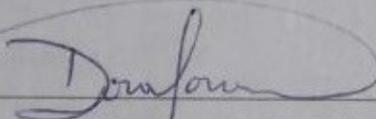
DISSERTAÇÃO APROVADA EM 29/01/2014.



Marcelo Almeida Bairral. Dr UFRRJ



Arthur B. Powell. Dr Rutgers University



Dora Soraia Kindel. Dr^a UFRRJ

A Ti, dedico e agradeço pela companhia.

AGRADECIMENTOS

Este momento é muito especial, pois representa parte do processo de construção deste trabalho. Mostra os bastidores da criação e testifica o quanto “*é impossível ser feliz sozinho*”, ou melhor, parafraseando “*é impossível escrever sozinho*”.

É com grande alegria, então, que agradeço:

A Deus, porque dEle e por Ele para Ele são todas as coisas. Meu Amigo, Meu Salvador, enquanto eu viver te adorarei Senhor. Te amo! Agradeço ao Senhor por todas as pessoas que fizeram parte da estrada da minha vida.

Ao meu amigo e orientador Marcelo Almeida Bairral que durante esses anos, acompanhou diversas fases da minha vida acadêmica sendo testemunha do meu amadurecimento e crescimento.

A Capes pela bolsa concedida para a realização da pesquisa com mais dedicação e qualidade acadêmica.

Ao meu marido, que decide me amar todos os dias. Muito obrigada pelas longas risadas! Meu riso é tão feliz contigo!

Aos meus pais pelo amor e exemplos de vida.

À Professora Rosana de Oliveira, por quem tenho uma eterna gratidão. Considero uma co-orientadora profissional, acadêmica e pessoal. Obrigada!

À Professora Soraia Kindel, pela sensibilidade que observa detalhes da vida que poucos enxergam.

Ao Professor Arthur Powell, que tive o privilégio de conhecer ainda na graduação e me inspirar e incentivar por meio da mais singela dedicatória de um livro.

Ao Wagner, pelo exemplo de dedicação, determinação, profissionalismo, pela amizade e pelas caronas divinas.

À Soraya Izar, pelo exemplo de vigor, experiência e amizade e Robson que, mesmo distante, nos acompanhavam através de torpedos e *e-mails*. Obrigada, companheiros de batalha!

Ao Márcio de Albuquerque, esperei ansiosamente por este momento para agradecê-lo pelo apoio profissional, emocional e acadêmico.

À turma do Mestrado 2012, pelo ano intenso de aulas juntos!

Ao grupo de pesquisa Gepeticem e ao VMT-Chat, obrigada pelas grandes oportunidades e por fazerem parte da minha história.

À Simone, com quem aprendi, em algumas semanas, mais do que em um ano inteiro de aula.

Aos meus amigos, que me divertem, tranquilizam e oram por mim.

Ao Marcílio, agradeço pela amizade, pelo cuidado e, principalmente, pelas caronas na volta para casa que sempre foram cheias de iguarias culinárias e muitas risadas. À Simone, pela maravilhosa companhia na volta para casa. Pessoas especiais que conheci na UERJ e que foram um refrigério para minha alma.

À família que o Júnior me deu, pois mesmo sem entender minha ausência nesse tempo, sei que torcem por mim.

À família Barata, porque há alguns que, mesmo distante, somos eternamente gratos. Minha família amada!

À família Marcondes, pelo exemplo de união, amor, cumplicidade. Minha grande família!

***Register for a new account*¹: Apresentação do usuário**

Registrar uma nova conta. É o ponto de partida para acessar o ambiente virtual. Separei esse momento para descrever brevemente meu trabalho com o ambiente virtual de aprendizagem utilizado na pesquisa e os títulos dos capítulos da dissertação. Minha relação com o *Virtual Math Teams* (VMT-Chat) teve início em 2009, durante a graduação, através da participação do grupo de pesquisa, o GEPETICEM (Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias de Informação e Comunicação em Educação Matemática), como bolsista de iniciação científica PIBIC/CNPq/UFRRJ, sob orientação do Prof. Marcelo Bairral. Naquela ocasião, não conhecia nada sobre o ambiente e nem o quanto ele faria parte da minha vida por alguns bons anos. Era mais uma possibilidade para o ensino da matemática e as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), além de uma investigação a respeito de como as pessoas interagem e aprendem nesses ambientes virtuais específicos.

Houve o tempo de adaptação. Conhecer o ambiente, manipular, organizar e planejar algumas atividades até, finalmente, mediá-las. Processo que durou alguns meses de trabalho. Aprendi o quanto *e-mail* era usado para administrar atividades à distância, solucionar problemas (e muitos!) também à distância: “Aline, não estou conseguindo acessar o ambiente!”, “Aline, pode me ajudar no cadastro?”, “Aline, não consigo ver ninguém no *chat!*”. Aprendi a gostar do ambiente virtual. A amar a pesquisa.

Conclui a graduação em 2011 com o desejo de prosseguir os estudos no Mestrado. Felizmente, após um concorrido processo seletivo, estou aqui novamente com o *VMT-chat* - espaço comunicativo virtual de aprendizagem -, companheiro da minha graduação e pós-graduação. E, diante de tantos planejamentos, acessos, implementações e apresentações decidi nomear cada título dos capítulos deste trabalho a partir dos passos dados para acessar o ambiente, que vão desde registrar uma conta de acesso, fazer o *log in* até finalizar com *log out*². Afinal, durante essa trajetória foram esses os passos dados por mim diversas vezes, passos que ficarão para sempre marcados na minha história.

¹*Register for a new account* é o link que leva à página para se registrar no ambiente VMT-Chat.

²*Log In* e *Log Out* expressões utilizadas quando se conecta e desconecta respectivamente de algum espaço virtual.

RESUMO

SALLES, Aline Terra. **Aprendizagem no VMT-Chat: um estudo de caso focado no raciocínio combinatório de licenciandos de pedagogia**. 2014, 99p. Dissertação (Mestrado em Educação). Instituto de Educação/ Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2014.

A aprendizagem matemática dos licenciandos em Pedagogia tem sido alvo de muitas reflexões e estudos. Uma das preocupações relaciona-se ao conteúdo específico que deve ser ensinado aos (as) futuros (as) pedagogos (as). Reconheço que essa preocupação seja pertinente e, por esse motivo, quero apresentar contribuições relacionadas às estratégias de formação inicial que podem auxiliar no desenvolvimento do pensamento matemático dos discentes de Pedagogia. Concretamente, quero investigar possíveis contribuições que a implementação de atividades introdutórias de combinatória em um ambiente virtual (o VMT-Chat) pode trazer para o desenvolvimento do raciocínio matemático e favorecer heurísticas emergentes nesse processo de aprendizado *online*. As sessões virtuais foram realizadas em três turmas de um curso de Licenciatura em Pedagogia. Mediante estudo de caso, a análise teve como foco encontrar aspectos do discurso que evidenciaram o desenvolvimento do raciocínio matemático e as estratégias de resolução *online* adotadas pelos participantes. Como resultados, identifiquei duas heurísticas utilizadas pelos aprendizes na resolução *online* de uma atividade de combinatória: a árvore e a listagem de possibilidades. A investigação também ressalta que o VMT-Chat mostrou-se um cenário frutífero para interações e trocas discursivas de diferente natureza.

Palavras - chave: VMT- Chat; aprendizagem em ambiente virtual; raciocínio combinatório; discentes de Pedagogia.

ABSTRACT

SALLES, Aline Terra. **Learning on VMT-Chat: A case study focus edon the combinatorial reasoning of undergraduates in pedagogy.** 2014, 99p. Dissertation (Master in Education). Instituto de Educação/ Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2014.

The mathematics learning of undergraduates in Pedagogy is the subject of several questions. One concern relates to the content that's hold be taught to future early childhood educators. I recognize that this concern is relevant and for that reason I want to bring reflections related to initial education strategies that can assist in the development of mathematical thinking of students from pedagogy. Specifically, I investigate possible contributions which the implementation of combinatorial introductory activities in a virtual environment: The VMT-Chat, can bring to the development of mathematical reason inland favor heuristics that emerge from the virtual learning process. Studies focusing on learning in virtual scenarios indicate that the analysis of on line interactions enables the teacher to construct discursive strategies to contribute to the continuity of collaborative debate. The virtual sessions were held in three classes of a Licenciature course in Pedagogy and the analysis has focused on finding aspects of speech which show the development of mathematical reason in grand resolution strategies adopted by the participants. As initial results, I identify two heuristics used by learners in the online resolution of a combinatorial activity: the tree and the list of possibilities. The research also points out that VMT-Chat proved a singular environment for discursive interactions of different nature.

Keywords: VMT-Chat; virtual learning; combinatorial reasoning; undergraduate's students of Pedagogy.

LISTA DE ABREVIACÕES E SÍMBOLOS

AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem
TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação
EAD – Ensino a Distância
ECO- Ensino Colaborativo Online
VMT-CHAT – Virtual Math Teams - Chat
GEPETICEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Tecnologias de Informação e Comunicação em Educação Matemática.
IENCI - Revista Investigações no Ensino de Ciências
UFRRJ – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro
USA - The United States of America
X ENEM – X Encontro Nacional de Educação Matemática
VIII CIAEM – VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática
PIBIC – Programa de Bolsas de Iniciação Científica
PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
RPG – *Role Playing Game*
CNPQ – Conselho Nacional de Pesquisas
TIDIA-A e - Tecnologias da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada
BOLEMA - Boletim de Educação Matemática
GPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática

SUMÁRIO

REGISTER FOR A NEW ACCOUNT: APRESENTAÇÃO DO USUÁRIO.....	8
.....	12
CAPÍTULO I - LOG IN.....	13
1 INTRODUÇÃO.....	13
1.1 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	14
CAPÍTULO II - ACESSANDO O AMBIENTE VIRTUAL.....	16
2 TELA INICIAL: LOCALIZANDO O PROJECT	16
2.1 DA ESCOLA AO MESTRADO ACADÊMICO.....	16
2.2 JUSTIFICATIVA DO ESTUDO.....	16
2.3 TRAJETÓRIA DA INVESTIGAÇÃO.....	17
CAPÍTULO III - CONHECENDO O AMBIENTE VIRTUAL.....	18
3 NAVEGANDO PELO AMBIENTE.....	18
3.1 NAVEGANDO PELOS AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM EM PESQUISAS NACIONAIS.....	18
3.2 NAVEGANDO PELO THE MATH FORUM E O VIRTUAL MATH TEAMS.....	19
3.3 TECNOLOGIA E SOCIEDADE: REFLEXÕES SOBRE O USO DO CHAT COMO FORMA DE INTERAGIR E APRENDER.....	20
CAPÍTULO IV - SELECIONANDO A SALA VIRTUAL.....	22
4 INSTALAR O JAVA SCRIPT: CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE COMBINATÓRIA.....	22
4.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO DA COMBINATÓRIA.....	22
4.1.1 ORGANIZAÇÃO DOS ESTUDOS ENCONTRADOS.....	22
4.2 ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA.....	23
4.2.1 OBSERVAÇÕES E DESDOBRAMENTOS.....	23
CAPÍTULO V - DOWNLOADING O CHAT.....	25
5 LOCALIZANDO A SALA VIRTUAL.....	25
5.1 SELECIONANDO A SALA VIRTUAL.....	25
5.2 VISÃO DE CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO: COMO SE APRENDE MATEMÁTICA ONLINE?.....	26
5.3 INTERAÇÕES VIRTUAIS: INTERLOCUÇÕES E HEURÍSTICAS EMERGENTES.....	26
CAPÍTULO VI - AMBIENTAÇÃO.....	27
6 O QUE FAZER? COMO FAZER?.....	27
6.1 PARADIGMAS, MÉTODOS, TÉCNICAS: QUE ABORDAGEM METODOLÓGICA ADOTAR?.....	27
6.2 COMO FOI REALIZADA A ANÁLISE?.....	27
6.3 CONTEXTO DO ESTUDO.....	28
6.3.1 PROBLEMAS PROPOSTOS E RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO.....	28
CAPÍTULO VII - INTERAGINDO.....	31
7 RESOLVENDO O PROBLEMA.....	31
7.1 ANÁLISE.....	31
7.1.1 INTERAGINDO CHAT 1: “ESTAMOS TENTANDO VISUALIZAR QUAIS SEQUÊNCIAS SÃO POSSÍVEIS.”.....	32
7.1.2 INTERAGINDO CHAT 2: “GENTE TO TENTANDO SEGUIR NO PENSAMENTO DO OUTRO EXERCÍCIO”.....	53
CAPÍTULO VIII - FINALIZANDO.....	64
8 É HORA DE ESCREVER UMA SOLUÇÃO.....	64
8.1 REFLEXÕES FINAIS.....	64

8.1.1 A IMPLEMENTAÇÃO DE TAREFAS INTRODUTÓRIAS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA COM FUTURAS EDUCADORAS NO VMT-CHAT.....	64
8.1.2 A ANÁLISE DO PROCESSO DE SOLUÇÃO DAS TAREFAS PELAS GRADUANDAS.....	64
8.1.3 SINGULARIDADES DO VMT-CHAT NO PROCESSO DE INTERAÇÃO E RESOLUÇÃO ONLINE DE TAREFAS DE COMBINATÓRIA.....	65
CAPÍTULO IX - LOG OUT.....	68
9.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES.....	68
REFERÊNCIAS.....	69
APÊNDICES.....	73
A - QUESTIONÁRIOS RESPONDIDOS.....	73
B - QUADROS DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO.....	74
C- TRANSCRIÇÃO GERADA PELO VMT-CHAT.....	75
D- AUTORIZAÇÕES DOS PARTICIPANTES.....	76

CAPÍTULO I - LOG IN

1 INTRODUÇÃO

Não podemos negar que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) representam um forte elemento de mudança social que aponta para uma nova sociedade que não sabe ao certo se vai melhorar ou piorar. Por isso, acreditamos ser importante a realização de estudos e pesquisas focados na utilização das TIC para fins educativos em diversos âmbitos, como a formação de professores à distância e a aprendizagem nessa modalidade de ensino.

Identificamos que diferentes são os aspectos observados nos processos de Ensino à Distância (EAD) com o uso das TIC, tais como: culturais, colaborativos, discursivos e cognitivos. Contudo, um objetivo comum tem sido notado em muitos programas: a construção de comunidades na qual interlocutores possam aprender e desenvolver-se individual e coletivamente, como sublinhou Bairral (2007).

Isto posto, investigamos essas comunidades de interlocutores e, por isso, fundamentamos o estudo em uma temática recorrente de pesquisa na educação científica nacional e internacional: a análise do discurso. Principalmente porque o estudo do discurso em cenários mediados pelas TIC ainda é escasso na investigação brasileira, sobretudo, a análise de interações à distância efetivadas em ambientes virtuais.

Desta forma, essa dissertação visa contribuir com tal demanda quando se propõe a investigar aspectos da aprendizagem matemática virtual e elaborar ferramentas de análise das interações virtuais dos discentes nos diferentes espaços comunicativos.

Em nosso grupo de pesquisa, o Gepeticem - Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias de Informação e Comunicação em Educação Matemática -, estudos são realizados com foco em análises de interações à distância entre discentes e docentes³ no *Virtual Math Teams (VMT-Chat)* cujos objetivos⁴ estão dispostos a seguir:

- Santos (2008) sinalizou que seu principal objetivo era construir um ambiente virtual de aprendizagem para alunos do Ensino Médio, analisar as interações e elaborar atividades para o trabalho à distância nesses ambientes.
- Bezerra (2009) apresentou como metas verificar as implicações das interações realizadas à distância, através de ferramentas comunicativas da Internet, na aprendizagem matemática de professores do Ensino Médio, bem como elaborar e aplicar atividades para o uso no Ensino Médio abordando a geometria do táxi e analisar as interações síncronas no VMT-Chat.
- Salles (2011) teve como objetivos analisar as interações realizadas com os participantes da pesquisa de Bezerra (*op. cit.*) em busca de aspectos da aprendizagem e do desenvolvimento do raciocínio matemático, além de elaborar ferramentas para análises que auxiliam professores e/ou pesquisadores nesse trabalho de observar como ocorre a aprendizagem em cenários virtuais.

³ Neste momento apresentamos apenas os objetivos destes estudos anteriores, no capítulo 1 descrevemos com mais detalhes a respeito dos resultados destes trabalhos.

⁴ Destacamos apenas os objetivos dos trabalhos citados, pois mostrarei seus resultados em capítulo posterior.

A presente investigação se adequa nesse percurso porque pretende aprofundar o estudo neste mesmo ambiente virtual e nas criações de ferramentas análises da aprendizagem em interações virtuais. Portanto, além das ideias introdutórias e reflexões finais (*Log in* e *Log out*⁵), a dissertação está dividida em sete capítulos. Iniciando com ***Acessando o ambiente virtual*** destaco minha trajetória acadêmica e experiências profissionais, apresentando a questão de pesquisa, problemática e o cenário o qual este estudo se insere.

Em seguida, passamos para etapa ***Conhecendo o ambiente virtual*** onde trataremos sobre Ambientes Virtuais de Aprendizagem no Brasil. Por meio de um levantamento bibliográfico das pesquisas realizadas no país entre os anos de 2002 a 2011, investigamos sobre os ambientes que têm sido usados e como se encaminham tais pesquisas no campo educacional. Defino o que entendemos por ambiente virtual de aprendizagem e apresentamos o ambiente utilizado nesta pesquisa.

Logo após surge o ***Selecionando a sala virtual em que*** discorremos sobre o Ensino da Combinatória nas aulas de matemática. Também por meio de um levantamento bibliográfico dos trabalhos realizados entre os anos de 2002 a 2011, identificamos como esse conteúdo tem sido explorado no ensino da disciplina e reconhecemos um grande potencial nessas atividades, que possibilitam a engenhosidade e criatividade dos envolvidos.

No terceiro passo é preciso ***Downloading o chat***, isto é carregar o ambiente virtual com base nos levantamentos bibliográficos dos capítulos anteriores. Nesta parte destacamos a revisão de literatura que estrutura a análise.

A seguir, o momento é para ***Ambientação***, apresentando a fundamentação metodológica do presente trabalho. Nele ressaltamos os procedimentos que nortearam este estudo, além do contexto da pesquisa, os sujeitos e as atividades propostas nas sessões virtuais.

O próximo capítulo é reservado para ***Interagindo: resolvendo o problema***, isto é, segue com a análise dos dados coletados no espaço virtual. Através de estudos de caso e análise do discurso das mensagens escritas e gráficas geradas no ambiente, mostramos algumas contribuições para essa área da educação: a aprendizagem matemática mediada pelas Tecnologias de Informação e Comunicação em ambientes virtuais de aprendizagem. Faço ainda algumas considerações acerca do material produzido e desdobramentos.

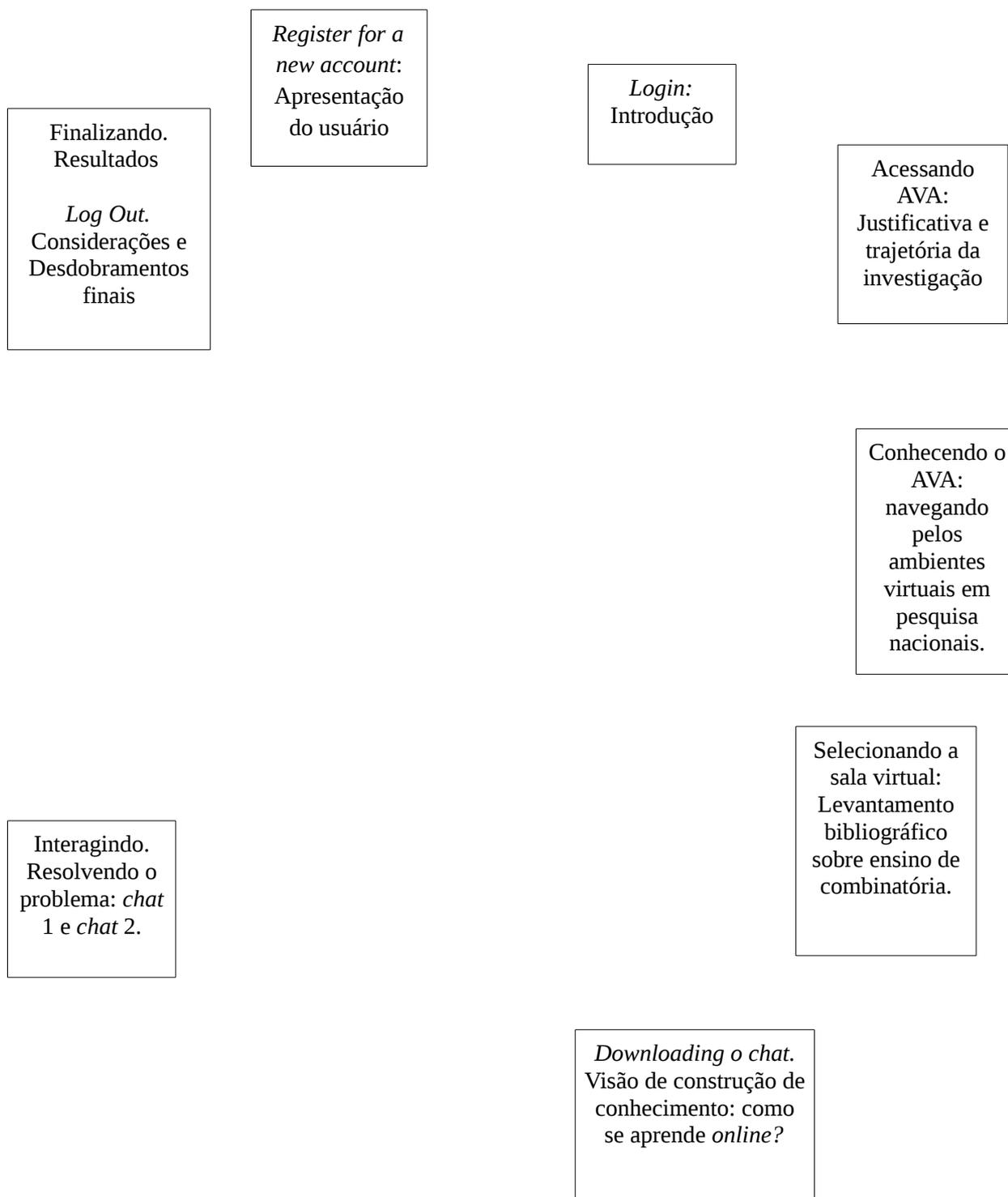
No capítulo ***Finalizando: é hora de escrever uma solução*** teço algumas considerações e contribuições acerca da investigação para, então, concluir com o ***Log out*** apresentando possíveis desdobramentos.

Sendo assim, convidamos você leitor a realizar o seu ***Log in*** neste trabalho, interagir e imergir conosco⁶ para mais uma aprendizagem.

⁵Termos utilizados para caracterizar início e fim da sessão no ambiente virtual.

⁶ Assumo a responsabilidade pela autoria desta dissertação, por outro lado entendo que a construção do texto é realizada através de tantas *negociações* com o Orientador que decidi escrevê-la na terceira pessoa do plural.

1.1 Estrutura da Dissertação





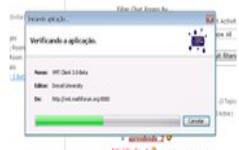
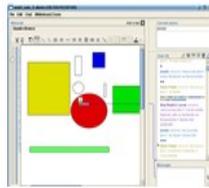
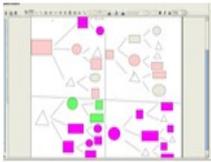
Virtual Math Teams 3.0-Beta 3



Virtual Math Teams 3.0-Beta 3



Virtual Math Teams 3.0-Beta 3



Ambientação.
Paradigmas, métodos,
técnicas: que
abordagem
metodológica adotar?
Contexto do estudo.

CAPÍTULO II - ACESSANDO O AMBIENTE VIRTUAL

2 TELA INICIAL: LOCALIZANDO O PROJECT ⁷

Após o *Log in*, entramos na primeira tela do ambiente e precisamos localizar o project ao qual estamos vinculados. Dessa maneira, encontro o leitor através de uma síntese da minha trajetória escolar e acadêmica, escolhas importantes que influenciaram minha formação social e profissional. Destacamos o contexto no qual a pesquisa está inserida, sua relevância e problemática.

2.1 Da Escola ao Mestrado Acadêmico

Início da minha vida estudantil. Minha mãe costumava passear comigo pelo bairro e, ainda pequena, passávamos em frente à escola e eu pedia-lhe para entrar. Mesmo sem idade suficiente para ingressar, devido a minha insistência, fui matriculada em uma creche.

Meu amor pela escola estava apenas começando. Já na regular, me sentia desafiada com o sofisma social de que a matemática era difícil e para poucos, e quem “era bom” em matemática “não era bom” em português. Não me conformava com essas afirmações. Isso era tão latente que eu precisava mostrar que os outros estavam enganados e por isso minhas notas eram sempre boas nas duas disciplinas.

No Ensino Médio, a matemática e o português continuaram sendo meus aliados. Gostava das duas disciplinas. Contudo, comecei a achar que matemática realmente era para poucos. A grande dificuldade dos meus colegas me constrangia. O que parecia ser simples para alguns parecia ser um enigma para a grande maioria.

Após ser aprovada no vestibular⁸, escolhi Licenciatura em Matemática. Não sabia ao certo se era isso que eu queria, mas impulsionada pelos meus pais, tinha que escolher algum curso.

Ingressei na Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ) no primeiro semestre de 2007. Na Universidade, o discurso não mudou, apesar da maioria dos estudantes cursarem Matemática por ter alguma afinidade com a disciplina, já na primeira semana de integração dos novos alunos ouvi dizer que tirar notas baixas nesse curso era completamente normal e que eu deveria me preparar para isso. O desafio foi lançado e mais uma vez estava eu ali disposta a quebrar esse paradigma. Ao final do primeiro semestre, junto com apenas três colegas, consegui notas para seguir para o segundo período sem reprovar nenhuma disciplina.

No quinto período, dois colegas⁹ da universidade me comunicaram a respeito de uma oportunidade de iniciação científica na área de Educação Matemática e novas tecnologias. Participei de uma entrevista na qual tive o prazer de conhecer o Professor Marcelo Bairral com quem aprendi e aprendo muito. Durante dois anos como bolsista PIBIC/UFRRJ/CNPq, realizei atividades diversas com o uso de ambientes virtuais de aprendizagem, dentre elas, apresentações de trabalhos, oficinas e comunicações científicas. Em 2009, participei e ajudei na organização do Seminário “Tecnologias e Educação Matemática”, evento comemorativo dos 10 anos do Gepeticem. Já em 2010, fui a um grande evento da área, o X Encontro Nacional de Educação Matemática (X

⁷Project se trata do projeto ao qual o grupo está vinculado. Como o ambiente virtual é usado por diferentes pesquisadores e professores cada um cria um nome para identificar o seu projeto.

⁸No ano de 2006 ainda era o sistema de vestibular organizado por cada instituição superior. Atualmente o ingresso nas Universidades Públicas ocorre através do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

⁹ Quero agradecer aos colegas Antônio Marcos e Cristiano Barreto.

ENEM) em Salvador, onde apresentamos uma comunicação científica (SALLES; BAIRRAL, 2010).

Naquele mesmo ano, submetemos um artigo científico que foi recentemente publicado (SALLES; BAIRRAL, 2012b). Em 2011, fomos para a XII Conferência Interamericana de Educação Matemática, em Recife, com mais uma comunicação científica (SALLES; NIETO; BAIRRAL, 2011). Em 2012, participei de um capítulo do livro “*Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática: de calculadoras a ambientes virtuais*”, o quarto livro da série *Inovacom Tic* (SALLES; BAIRRAL, 2012a). Essas construções foram experiências ímpares que possibilitaram contato singular com a pesquisa e crescimento acadêmico.

Já tinha intenções de participar de um processo seletivo para o Mestrado, mas antes da iniciação científica isso parecia tão distante da minha realidade de leituras e discussões. A cada reunião do Grupo de Pesquisa e Estudos das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática (GEPETICEM) eram agregados novos aprendizados. Em setembro de 2011, concluí a graduação em Licenciatura plena em Matemática pela UFRRJ (Campus Seropédica).

Em janeiro de 2012, finalmente concorri ao processo seletivo do Mestrado. Realizar a inscrição, elaborar anteprojeto, realizar as leituras da bibliografia, prova, entrevista, análise de currículo, cada etapa do processo eram pequenas vitórias de uma vitória maior: estar entre os 13 convocados da linha de pesquisa 1 (Estudos Contemporâneos e Práticas Educativas) do Programa de Pós - graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

Concomitante com o processo seletivo, surgiu uma oportunidade de lecionar Educação Matemática para o curso de pedagogia na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ/Maracanã). Aprendi e tenho aprendido muito com os professores e alunos que trabalham e estudam nesta instituição. Aproveitei meu envolvimento com a formação inicial de docentes, na disciplina: Educação Matemática para Crianças, Jovens e Adultos II, e propus, durante o semestre, algumas sessões virtuais para os alunos, que se tornaram o contexto da minha investigação. Por meio de levantamentos bibliográficos (Capítulo 2 – Conhecendo o Ambiente Virtual) no banco de Teses da Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por trabalhos de 2002 à 2011, com palavras-chave *ambientes virtuais de aprendizagem*, pude perceber que há uma crescente de trabalhos realizados nestes contextos, principalmente para formação de professores, sobretudo a formação continuada. E também identificar escassez de trabalhos com a temática de ensino e aprendizagem de raciocínio combinatório (Capítulo 3 – Selecionando a sala virtual) mediante a busca por trabalhos com o mesmo ano-base e banco de dados que o levantamento anterior e palavra-chave *raciocínio combinatório*.

Neste cenário de Ambientes Virtuais de Aprendizagem, ressaltamos que são poucos os trabalhos que investigam discentes de pedagogia em sua formação matemática inicial. Com este estudo pretendemos contribuir com esse campo científico articulando as ideias de ensino e aprendizagem de matemática, sobretudo do raciocínio combinatório com o uso das TIC, mediados por um ambiente virtual de matemática específico: o VMT-Chat.

Das ideias anteriores, emergem a questão de pesquisa:

Que contribuições o ambiente virtual de aprendizagem (o VMT-Chat) proporciona para a aprendizagem de matemática quando licenciandos em Pedagogia resolvem tarefas envolvendo o raciocínio combinatório?

Isto posto, delimitamos os seguintes objetivos:

- Implementar no VMT-Chat tarefas introdutórias da análise combinatória com futuras educadoras;
- Analisar o processo de solução desses interlocutores nas tarefas propostas;
- Apresentar singularidades do VMT-Chat no processo de interação e resolução *online* de tarefas de combinatória.

Assumimos que nos processos de ensino e aprendizagem a interação e colaboração são quesitos importantes. Particularmente quando se trata de um ambiente virtual como o VMT-Chat apontamos potencialidades em sua estrutura para tais atividades, que estão descritas e detalhadas no Capítulo V - Interagindo.

2.2 Justificativa do Estudo

A matemática é um conteúdo importante que fornece instrumentos para uma luta por uma sociedade cidadã. “Matematizar” é mais do que a realização e memorização de procedimentos e regras. “Matematizar” é questionar, criticar, criar, elaborar, argumentar, raciocinar. É notável que a matemática seja uma disciplina que não vive um bom momento nas escolas. Pais e alunos aceitam socialmente seus próprios fracassos na matemática e muitas vezes não percebem o quanto ela contribui na cidadania, que para ser efetiva depende da igualdade de acesso e poder sobre os meios de produção, da informação, além do livre pensamento. Por outro lado, o ensino da matemática tem servido à reprodução das desigualdades sociais. Por se tratar, muitas vezes, de uma disciplina excludente, capaz de gerar divisões entre aqueles alunos que sabem e aqueles que não sabem, o que promove desmotivação e desinteresse pelo conteúdo.

Por outro lado, não podemos negar que o uso das TIC têm sido um importante veículo para compartilhar informações e constituir comunidades variadas que tendem a envolver e motivar as novas gerações. Há um crescimento na utilização de aparelhos móveis conectados por todos os lugares, inclusive na escola. Por isso, a necessidade de estudos interessados pela aprendizagem em ambiente virtuais. E nesse caso proposições matemáticas em um ambiente potencialmente colaborativo que podem cativar e despertar o interesse pela matemática.

No âmbito educacional, as análises dos processos interativos, sobretudo os de discentes, apesar de ainda escassos, tem assumido cada vez mais centralidade nas pesquisas. Em razão disso, assumimos que esse tipo de análise é importante para os estudos interessados no aprendizado matemático em ambientes virtuais, conforme (SALLES; BAIRRAL, 2012b), porque:

- Permite uma compreensão das diferentes formas de participação e de colaboração de modo a poder contribuir no processo interativo e do aprendizado *online*;
- Possibilita ao professor analisar com mais detalhe o processo “local” de desenvolvimento e aprofundamento do raciocínio matemático;
- Contribui para a constituição de um conjunto de “estratégias” comunicativas (de resposta, animação,...) que podem ser utilizadas pelo docente para promover a continuidade de um debate no *chat*.

Estudos em Educação que analisam a conversação em *chat* têm diferentes focos. Particularmente, em Educação Matemática, Bairral (2004) identificou momentos de interação e indicou contribuições didático-pedagógicas para o trabalho com bate-papos. Borba e Penteadó (2001) e Borba e Villarreal (2005) sublinharam que em bate-papos, que discutem tendências em educação matemática, multidiálogos podem ser identificados. Esses multidiálogos constituem turnos variados de discussão sobre temáticas e interesses variados. Cakir et al. (2009) ressaltaram no caso do VMT-Chat, um ambiente virtual específico, que a natureza dual das interações neste espaço, formado pela conjunção das interações no quadro branco (espaço dos desenhos, etc.) com as do próprio chat (espaço da escrita) traziam singularidades para o processo de desenvolvimento do raciocínio matemático. Bolite Frant e Kindel (2013) trouxeram suas contribuições também no VMT-Chat através de tarefas que promovessem discussões acerca do que os alunos pensavam sobre o infinito em matemática e identificaram a importância de levantar e respeitar os significados produzidos pelos alunos nas trocas discursivas.

2.3 Trajetória da Investigação

Como descrito na introdução, o Gepeticem tem realizado pesquisas interessadas na análise de interações a distância, tanto de discentes como de docentes, mediadas pelas TIC em espaços comunicativos virtuais. No caso específico do VMT, trata-se de um espaço comunicativo síncrono, isto é, *chats* que acontecem em tempo real. Pesquisas com o VMT, nesse grupo de pesquisa, tiveram seu início em Santos (2008) que foi realizado com alunos do Ensino Médio. Entre seus principais resultados observou-se que os alunos não demonstraram dificuldades técnicas no manuseio com o ambiente, apareceram explicitações e utilizações de conceitos e surgimento de elucidação espontânea em busca da justificativa e do convencimento coletivo acerca das atividades propostas. Dessa forma, o autor conclui que os alunos desenvolveram suas ideias matemáticas e heurísticas sobre a distância em ambientes não-euclidianos e que os mesmos estiveram envolvidos colaborativamente em busca da solução.

No ano seguinte, Bezerra (2009), investigou as interações realizadas a distância com professores (e futuros) professores de matemática do Ensino Médio, além de elaborar e aplicar atividades para o uso com seus alunos. Em sua análise focou nos processos heurísticos que emergem das interações desenvolvidas na resolução do problema do táxi, ou seja, observou as estratégias de pensamento que emergem nas interações e que são desenvolvidas colaborativamente mediante processos de justificativas variados. Concluindo que as heurísticas surgem de modo espontâneo e que o VMT-Chat corresponde aos resultados de Sthal e colaboradores (2006), pois ele leva aos participantes um trabalho colaborativo e estimula o desenvolver das atividades.

Em seguida, Salles (2011) analisou as interações realizadas com os participantes da pesquisa anterior (BEZERRA, *op. cit.*) em busca de aspectos da aprendizagem e do desenvolvimento do raciocínio matemático e criação de ferramentas para essas análises que auxiliassem professores e/ou pesquisadores nesse trabalho de observar como ocorre a aprendizagem em cenários virtuais. Através das categorias de interlocuções de Powell (2006), que são as diferentes formas de participação dos sujeitos em interações orais e/ou escritas e as ideias heurísticas encontradas, que consideramos como toda e qualquer estratégia não rotineira usada pelo sujeito para solucionar um problema matemático, concluiu que é possível encontrar tanto as interlocuções quanto as heurísticas nas interações virtuais e relacioná-las entre si, constituindo assim outras ferramentas de análises da aprendizagem virtual.

Caminhando por esta linha de tempo, o presente trabalho tem o propósito de investigar as contribuições que este AVA permite para a aprendizagem matemática dos discentes de formação inicial de professores do curso de pedagogia da UERJ, mais especificamente na resolução de problemas de combinatória. Queremos analisar as trocas discursivas, as diferentes heurísticas criadas pelos participantes na resolução, as diversas posturas apresentadas por eles, os discursos gráficos criados no ambiente, levando em consideração as particularidades e singularidades inerentes do próprio ambiente virtual, a fim de buscar evidências do desenvolvimento do raciocínio matemático.

CAPÍTULO III - CONHECENDO O AMBIENTE VIRTUAL

3 NAVEGANDO PELO AMBIENTE

*Navegar pelo ambiente e localizar o Project. Em cada project são desenvolvidos temas e atividades específicas. Assim, neste capítulo, mostraremos a relevância de estudos interessados em interações mediadas pelas Tecnologias de Informação e Comunicação, e sua contribuição para o processo de aprendizagem da matemática. Apresentamos um levantamento sobre os ambientes virtuais de aprendizagem utilizados nas pesquisas nacionais de Educação Matemática entre os anos de 2002 a 2011 e descrevemos o ambiente virtual utilizado neste estudo: o Virtual *Math Teams – Chat* (o VMT-Chat).*

3.1 Navegando pelos Ambientes Virtuais de Aprendizagem em Pesquisas Nacionais

Nos últimos anos tem crescido, na pesquisa educacional brasileira, estudos interessados na Educação a Distância (EaD). Com o início da 3ª geração da EaD e o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação em diversos âmbitos educacionais surgem muitas potencialidades e desafios. Nesse contexto educativo, queremos identificar através de um levantamento bibliográfico os interesses de estudos nacionais sobre ambientes virtuais de aprendizagem, seus principais cenários e depois direcionar especificamente para ambientes virtuais utilizados na Educação Matemática. Sabemos que o campo da EaD é muito amplo, por isso restringimos a pesquisa em algumas áreas que estão descritas a seguir.

O levantamento realizado para essa revisão bibliográfica foi feito em três etapas:

- 1) Pesquisa em Banco de Teses da Capes¹⁰ por trabalhos concluídos de doutorado com ano base 2002 a 2011, com as seguintes palavras-chave: *aprendizagem online, educação online e ambiente virtual de aprendizagem*;
- 2) Pesquisas nas principais revistas de Ciências e Educação Matemática¹¹ conceituadas na Qualis Capes: Boletim Gepem Online¹², Bolema¹³, JIEEM¹⁴, ActaScientiae¹⁵, Educação Matemática Pesquisa¹⁶ e IENCI¹⁷ com as seguintes palavras-chave: *aprendizagem online, educação online e ambiente virtual de aprendizagem e Tecnologias de Informação e Comunicação*;
- 3) Pesquisa no sítio do scielo Brasil¹⁸ com todas as palavras-chave anteriores.

¹⁰<http://www.capes.gov.br/servicos/banco-de-teses>. Pesquisa realizada entre os meses de abril e maio de 2013.

¹¹ Pesquisa realizada e finalizada nos dias 04 e 05 de maio de 2013.

¹² <http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem>

¹³ <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>

¹⁴ <http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM>

¹⁵ <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/index>

¹⁶ <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/>

¹⁷ <http://www.if.ufrgs.br/ienci/?go=home>

¹⁸ <http://www.scielo.org/php/index.php>. Pesquisa realizada e finalizada dia 05 de maio de 2013.

Nesta investigação, organizamos os trabalhos em quadros que continham: título do trabalho, número da revista/Ano, local de busca, palavras-chave, autores e resumo/observações, como o exemplo a seguir:

Quadro 1 - Modelo de quadro para organização do levantamento bibliográfico

Título do trabalho	Nº da Revista/Ano	Palavras-chave	Autor	Resumo/Observações
--------------------	-------------------	----------------	-------	--------------------

Fonte: Elaborado pela autora.

Após a leitura dos quadros, dividimos o levantamento com base nas áreas de pesquisa do nosso interesse como: Educação, Educação Matemática, Informática na Educação, Tecnologia Educacional e Ensino, e distingui de outras áreas como: Linguística Aplicada, Música, Letras, entre outras. A seguir mostro o quadro reelaborado:

Quadro 2 - Quantidade de trabalhos por área de pesquisa e local de busca.

Local de busca	Áreas de pesquisa		Quantidade de trabalhos
	Educação; Educação Matemática; Informática na Educação; Tecnologia Educacional; Ensino	Linguística Aplicada; Música; Letras; Ciências da comunicação; Enfermagem; etc.	
Capes	45	162	207
Scielo	12	6	18
Revistas de Educação Matemática selecionadas	46	0	46
Quantidade de trabalhos por área	102	168	271

Fonte: Elaborada pela autora

Notamos que há uma crescente de estudos nas áreas do nosso interesse durante esses anos de publicação. Para observar com mais detalhe as pesquisas em Educação Matemática, retornamos aos trabalhos publicados (estes hachurados na coluna do Quadro 2) nas Revistas de Educação Matemática e publicações na Capes e Scielo com esse enfoque.

A partir da leitura dos resumos, realizamos alguns refinamentos. Identificamos trabalhos que não envolviam o uso de ambientes virtuais de aprendizagem, tratava de reflexões sobre o uso das TIC ou concepções dos professores acerca do uso, tais como Cannone, Robayna e Medina (2008), Carneiro e Passos (2009), Miskulin et al.(2011). Ou, como em Futterleib e Santos (2006), que tratava de aprendizagem virtual em espaços informais no contexto do ensino de física. Em seguida, retornei aos trabalhos completos que tinham um ambiente específico e encontrei pesquisas onde as TIC utilizadas eram suportes informáticos da implementação como, por exemplo, uso de softwares (GeoGebra, Winplot, Excel etc.) como em Oliveira (2008), Santos (2010), Costa (2010), Machado

(2010) e Pereira e Zulatto (2010). E, materiais educativos disponíveis em *sites* como: Zulatto e Biazzini (2010), que também não é o nosso foco.

Após estes refinamentos, criamos o próximo quadro que permite visualizar os estudos encontrados com implementações em ambientes virtuais de aprendizagem, onde destaco os contextos das pesquisas:

Quadro 3 – Ambientes virtuais de aprendizagem em Educação Matemática

Ambiente Virtual de aprendizagem	Contexto da pesquisa	Autores
TelEduc e <i>software wingeon</i>	Curso de extensão universitária para professores de matemática	Santos e Borba (2008) Santos (2008), Santos (2007)
TIDIA-Ae	Curso de formação continuada de professores	Zulatto (2007), Malheiros (2008)
RPG <i>Online/</i> Plataforma <i>Moodle</i>	Curso de cyber formação de professores	Rosa, Vanin e Seidel (2011)
SIENA (Sistema integrado de Ensino e Aprendizagem)	Registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem	Dallemole, Groenwald e Ruiz (2011)
Ambiente virtual da Universidade de Lisboa – Portugal.	Curso para professores: “Aprender matemática investigando”	Costa e Fiorentini (2007), Costa (2008)
Fórum de discussão	Desenvolvimento profissional em seminário virtual	Bairral (2009)
Online RPG	Construção de identidades online	Rosa e Maltempi (2010)
Plataforma <i>Moodle</i>	Formação de professores de matemática	Groenwald e Ruiz (2006)
Fórum de discussão: FORSE	Formação universitária online	Régnier e Pradeau (2009)
Zona de Construção de Ideias (ZCI)	Curso para professores	Gadanis, Namukasa e Moghaddam (2008)
Tabulae	Ensino colaborativo online em uma disciplina do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.	Tractenberg, Barbastefano e Struchiner (2010)
Plataforma ILIAS	Sequência didática de Análise Combinatória com alunos de Licenciatura em Matemática	Groenwald, Zoch e Homa (2009)
Uso de e-mail e fórum	Meios de comunicação e suporte de acompanhamento do Estágio pedagógico na formação inicial.	Viseu e Ponte (2012)
VMT-Chat	Interações docentes em VMT-chat na resolução de problemas da geometria do táxi	Salles e Bairral (2012)

Fonte: Elaborada pela autora

Observe que no quadro anterior alguns trabalhos foram destacados em cinza. Percebemos que, apesar de todos estes apresentarem interações em ambiente virtual de aprendizagem, alguns (os que não estão hachurados) não analisavam interações síncronas. Como nosso foco está na análise de bate-papos revisitamos apenas estes trabalhos em destaque.

Santos e Borba (2008) apresentam e discutem algumas possibilidades de produção matemática em um ambiente *online* a distância com tarefas de geometria euclidiana que contou com o uso do *software Wingeon*. Tratava-se de um curso de extensão universitária para professores

vinculados ao projeto TIDIA - Tecnologias da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada -, que integra um ambiente que está em desenvolvimento e as ferramentas são utilizadas de acordo com os objetivos do curso proposto. Eles analisaram algumas interações realizadas no *chat* e afirmam que por se tratar de um *chat* a discussão é qualitativamente diferente de outros espaços comunicativos. A demonstração matemática em *chats* é hipertextual, contudo o mesmo objetivo usual foi apontado: apresentar a verdade e convencer (Santos e Borba, op. cit., p. 106).

Malheiros (2008) e Zulatto (2007) também realizaram suas pesquisas nesse mesmo ambiente virtual TIDIA. Malheiros (op. cit.) teve como seu cenário de estudo um curso de formação continuada de professores, voltado para projetos de modelagem matemática *online*. Nesse curso, as interações foram realizadas não apenas em *chats*, mas também por *e-mails*, MSN e outras ferramentas do TIDIA-Ae. Para sua análise a interação, o diálogo e a colaboração são elementos essenciais durante a produção do conhecimento. Adotando a visão de construção de conhecimento dos seres-humanos com mídias, a autora sublinha a importância da *Internet* na natureza da comunicação e interação que possibilitou a elaboração de projetos de modelagem matemática virtual de maneira diferente, quando se propõe presencialmente. Afinal, segundo a pesquisadora, as mídias condicionam a natureza do conhecimento.

Zulatto (2007) investigou a natureza da aprendizagem matemática em um curso *online* de geometria para professores de matemática, em que o nome era “Geometria com *Geometricks*” e utilizava também um *software* de geometria. Em sua análise, ela investigou o curso através dos diferentes espaços comunicativos constituído pelos participantes como *e-mails*, *chats*, videoconferências e fóruns dando ênfase à importância da interação, diálogo, participação, compartilhamento entre os participantes ao se constituírem uma Comunidade Virtual de Aprendizagem (CVA).

Tractenberg, Barbastefano e Struchiner (2010) investigaram o Ensino Colaborativo *Online* (ECO) em uma disciplina do Mestrado de Ensino de Ciências e Matemática (Geometria euclidiana com geometria dinâmica) que foi realizada semi-presencialmente. O ambiente virtual utilizado foi o *Tabulae*, que se trata de um espaço de geometria dinâmica plana, onde é possível que os participantes façam suas construções e compartilhem, além da possibilidade de interagir através do *chat* integrado ao ambiente. Os autores analisaram uma das sessões virtuais realizadas em um *chat*, que contou com a participação de quatro alunos e dois professores, com objetivo de identificar contribuições do ECO para o ensino da matemática. Através da análise conversacional, verificaram-se algumas contribuições como a aprendizagem e apoio mútuo entre os docentes: a possibilidade de o professor refletir sobre a própria aula, as oportunidades de compartilhamento de experiências e a multiplicidade de estilos, abordagens e perspectivas de ensino e o favorecimento a postura ativa dos alunos.

Rosa e Maltempi (2010) estudaram a construção de identidades *online* no contexto do jogo RPG - *Role Playing Game* -, com graduados de matemática. Este jogo que é baseado na interpretação e imaginação dos participantes, contou com interações síncronas e assíncronas, e o sujeito que aprende nesse ambiente é coletivo. Eles defendem a aprendizagem através de jogos como estes, que contribuem para uma nova visão de mundo, a colaboração e representam, ainda, uma fonte rica de conhecimento.

Salles e Bairral (2012) analisaram interações de professores e futuros professores no VMT-Chat na resolução de problemas de geometria do táxi. Mostraram que particularmente, no VMT-Chat as trocas discursivas ocorrem em um movimento constante de interações escritas e de inscrições diversas no quadro branco, espaços que constituem o ambiente.

Baseado nesse levantamento bibliográfico, seguido dos refinamentos, estes foram os principais ambientes virtuais de aprendizagem de interações síncronas identificado nas pesquisas. Acreditamos que espaços comunicativos diferentes geram elementos diferentes de análises e optamos pelo VMT-Chat devido suas particularidades. Vejamos a seguir informações mais detalhadas sobre o VMT-Chat.

3.2 Navegando pelo *The Math Forum* e o *Virtual Math Teams*

*The Math Forum @ Drexel*¹⁹ é um espaço destinado a Educação e Educação Matemática na *Internet*. É administrado pela Faculdade de Educação da Drexel University, Philadelphia - USA, e tem como objetivo fornecer recursos, materiais, produtos e serviços para o ensino e aprendizagem de matemática. Fundado em 1992, inicialmente era apenas um fórum de geometria que foi ampliado em 1996 se tornando um espaço de qualidade que é reconhecido pelos diversos serviços prestados como suporte na aprendizagem de alunos, professores em formação inicial e em desenvolvimento profissional, pesquisadores, pais e educadores interessados em matemática e educação matemática integrada com as tecnologias.

Desde a sua criação, os idealizadores trabalham por atualizações e melhorias no espaço virtual. Uma de suas novidades foi criada em 2003, o *Virtual Math Teams* (VMT-Chat), que é o ambiente virtual de aprendizagem utilizado neste estudo:



Figura 1 – Logo do VMT-Chat

Fonte: Extraído de <http://mathforum.org/vmt/>

Este ambiente foi criado para que os alunos trabalhem e façam matemática *online*, além de fazer parte de projetos de pesquisa educacional que investiga temas como: a aprendizagem colaborativa, a interação dos alunos, problemas que podem ser propostos no ambiente.

O VMT é um ambiente virtual de aprendizagem singular, com diversas ferramentas interativas. A seguir apresentamos a sua *interface*:

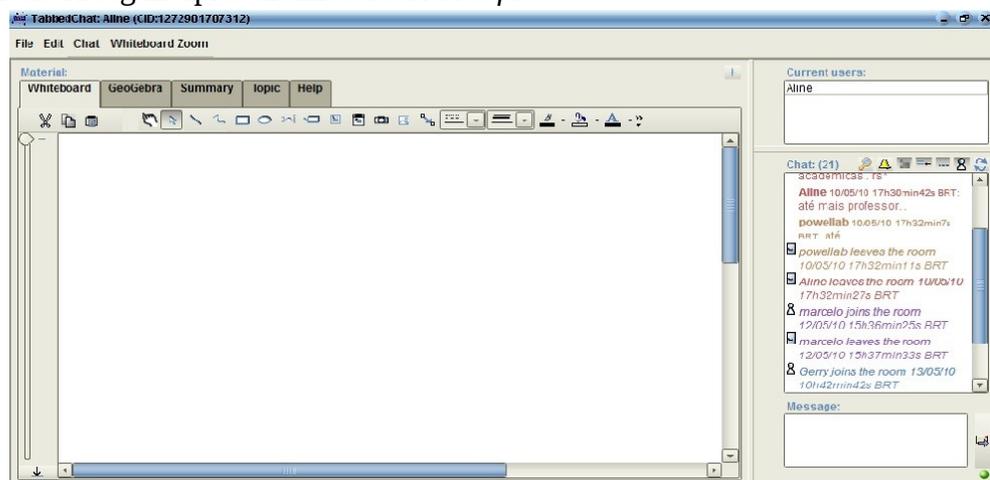


Figura 2 - Tela do VMT-Chat

Fonte: *Print screen* da tela do ambiente virtual

É constituído de duas partes fundamentais e irrestritas aos participantes em sua funcionalidade. O ambiente é estruturado pelo quadro branco (*whiteboard*), espaço para desenhar, inserir figuras, responder, etc. isto é, para representações gráficas e área de *chat* para representações textuais. Nestes dois espaços tudo o que é feito estará disponível a todos os participantes.

¹⁹ Veja a história do *The Math Forum* acessando o link: http://mathforum.org/about_forum.html

3.3 Tecnologia e Sociedade: Reflexões sobre o uso do *chat* como forma de interagir e aprender

Não é novidade para a sociedade que o avanço tecnológico bem como as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) tem causado modificações nos indivíduos. Quanto aos aspectos sociais e cognitivos, Levy (2010) ressalta a influência das tecnologias da inteligência sobre a sociedade. A oralidade, escrita e informática e toda rede de significados que estas práticas sociais geram nos indivíduos. E quando falamos da tecnologia informática (a mais atual), novos aspectos estão em jogo. Podemos dizer que essas tecnologias trabalham como extensões de nossas memórias. E uma nova rede de significados é tecida através da não linearidade do raciocínio e das mudanças na escrita, visto que uma nova linguagem cibernética é “criada”, assim como diversas formas de se relacionar em diferentes espaços/tempo.

Em face desse crescimento tecnológico surge e discutem-se ainda mais a respeito dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA). Os AVA, que não devem ser confundidos com as TIC, são caracterizados por Bairral (2011) pela a comunidade constituída e suas intencionalidades, as normas, o propósito educativo, as tarefas de formação, os diferentes espaços comunicativos variados e os artefatos mediadores (ferramentas físicas ou elementos socioculturais).

As Tecnologias de Informação e Comunicação, que não são apenas computadores e aparatos tecnológicos (recurso físico), possuem quatro características essenciais (BAIRRAL, *op. cit.*): a conectividade, a integração de mídias, uma dinâmica de trabalho baseada na construção hipertextual e interatividade (potencial que uma tecnologia tem de promover a interação). Além da conectividade e da diversidade das mídias, a interação entre os indivíduos e/ou as mídias junto com a construção hipertextual do conhecimento traz elementos singulares e inovadores para essa modalidade de ensino. Desta forma, entendemos que os AVA podem ser mediados pelas TIC em um processo de ensino-aprendizagem e que o *chat* de caráter educativo se constitui um Ambiente Virtual de Aprendizagem, que é o caso específico do dispositivo no qual esse estudo é desenvolvido.

Nessa rede complexa de signos, o *chat* que é um espaço comunicativo síncrono, isto é, a interação acontece em tempo real e nos permite analisar alguns aspectos distintos do discurso tecido nesse ambiente.

O discurso é um aspecto comunicativo que traz consigo variados elementos a serem analisados. Para Van Dijk (2000), definir discurso é uma tarefa um tanto difusa, devido os diversos sentidos do termo. Para sintetizar o conceito o autor identifica três principais dimensões do discurso: (i) discurso como uso da língua; (ii) discurso como comunicação de crenças (cognição); (iii) discurso em situações de interações sociais. O desafio dos trabalhos interessados em análise do discurso é buscar a integração dessas três dimensões.

Nesta investigação, concordamos com Bairral, Powell e Santos (2005) que valorizam o discurso e a interação como elementos que se relacionam e fundamentam a construção do conhecimento em ambientes virtuais de aprendizagem. Segue abaixo um esquema que representa essa relação:

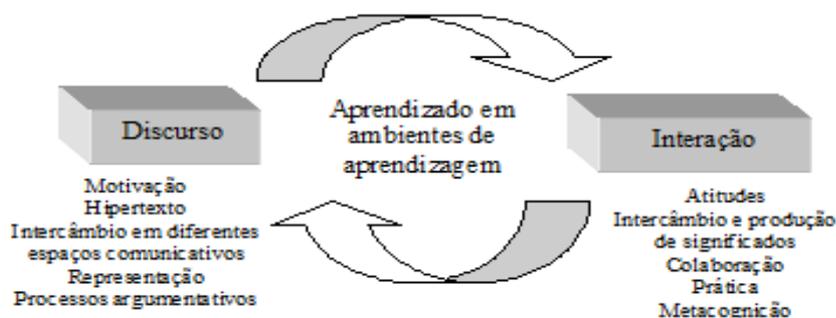


Figura 3 - Discurso e interação em ambientes virtuais de aprendizagem
Fonte: Bairral, Powell e Santos (2007)

Segundo os autores, aspectos como a motivação, o intercâmbio em diferentes espaços comunicativos, a hipertextualidade, os processos argumentativos e representacionais devem ser levados em conta quando se estuda o discurso. Já no campo interativo, a ênfase é dada nas diferentes posturas participativas, na colaboração, intercâmbio e produção de significados, prática e desenvolvimento metacognitivo. Desta forma, entendemos que:

“... o aprendizado matemático desenvolve-se mediante discurso e interação. Esses dois campos sustentam-se mutuamente em uma dinâmica que preconiza reflexão crítica constante sobre os diferentes modos de pensar uma determinada atividade matemática.” (BAIRRAL; POWELL; SANTOS, p.117,2007)

Neste trabalho, analisaremos o discurso em busca de evidências da aprendizagem nas interações virtuais realizadas em *chats*. E do mesmo modo que nosso pensamento, nossas formas de entender uma palestra, nossa maneira de raciocinar não é uma construção linear, a construção do conhecimento em ambientes virtuais é construída hipertextualmente. A comunidade constituída com seus interlocutores traz suas ideias, intenções e experiências para o ambiente tecendo uma grande rede hipertextual.

CAPÍTULO IV - SELECIONANDO A SALA VIRTUAL

4 INSTALAR O JAVA SCRIPT: CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE COMBINATÓRIA

Já encontrei a minha sala virtual, mas ainda falta um pré-requisito: instalar o java script, sem esse plugin não consigo fazer o downloading do chat. Portanto, neste capítulo apresentamos outro levantamento bibliográfico das pesquisas realizadas com o tema “Ensino da combinatória”. Por meio deste estudo é possível ter um panorama dos trabalhos interessados nessa área, compreendidos entre os anos de 2002 a 2011 e seus principais contextos.

4.1 Educação Matemática e o Ensino da Combinatória

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) encontramos nos currículos da matemática, conteúdos relativos à Combinatória no bloco ‘Tratamento da Informação’. Contudo, o ensino e aprendizagem do tema tem se tornado um grande desafio para professores e alunos.

A fim de traçar um panorama das pesquisas nacionais que abordam o ensino da combinatória, fizemos um levantamento desses dados através das ferramentas de busca virtual. O levantamento realizado para essa revisão bibliográfica foi feito em três etapas:

- 4) Pesquisa em Banco de Teses da Capes por trabalhos de doutoramento com ano base 2002 a 2011²⁰;
- 5) Pesquisa nas principais revistas de Educação Matemática conceituadas na Qualis Capes: Boletim Gepem, Bolema, JIEEM, Acta Scientiae, Educação Matemática Pesquisa²¹;
- 6) Pesquisa no site do scielo Brasil²².

As três etapas foram pesquisadas por trabalhos que continham as palavras-chave: raciocínio combinatório, ensino combinatório, análise combinatória.

Dentre os 19 estudos encontrados, dois eram teses de doutoramento, três dissertações, dois relatos de experiência, oito artigos publicados em revistas de educação matemática e quatro publicados em revistas de educação encontrados no banco de periódicos do Scielo.

4.1.1 Organização dos estudos encontrados

Para uma organização bruta dos dados, catalogamos os trabalhos por meio de quadros como o modelo apresentado no capítulo anterior. Através do quadro conseguimos destacar elementos primários do trabalho: título, natureza do trabalho/ano, palavras-chave, autores/instituição e observações/resumo. Elaboramos os quadros separados por cada *site* de busca. A seguir apresentamos o modelo do quadro:

Quadro 4 – Modelo 2 de quadro para organização do levantamento bibliográfico

Título do trabalho	Natureza do trabalho/ Ano	Palavras-chave	-	Autores/ Instituição	Observações/Resumo
--------------------	---------------------------	----------------	---	----------------------	--------------------

Fonte: Elaborado pela autora

²⁰ Pesquisa realizada e finalizada no dia 04 de maio de 2013.

²¹ Os endereços das revistas estão nas notas do capítulo anterior. Pesquisa realizada e finalizada nos dias 04 e 05 de maio de 2013.

²² Pesquisa realizada e finalizada no dia 05 de maio de 2013.

A partir da leitura dos resumos, percebemos algumas categorias de estudo como: raciocínio combinatório na Educação Infantil, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, Desenvolvimento profissional e saberes docentes e Ensino da análise combinatória para graduandos de matemática. Em seguida reelaboramos o quadro²³ mostrando os trabalhos de acordo com essas categorias.

Para visualizar melhor a quantificação dos trabalhos de acordo com as categorias descritas segue outro quadro com o número de trabalhos encontrados em cada categoria:

Quadro 5 – Quantidade de trabalhos x Contextos dos sujeitos de pesquisa

	Educação Infantil	Ensino fundamental		Ensino Médio	Ensino Superior	Formação Continuada
Natureza do trabalho		I	II			
	1	10	8	4	1	4

Fonte: Elaborado pela autora

Através da tabela, identificamos que a maior concentração de trabalhos está no contexto do Ensino Fundamental. Em seguida aparece o Ensino Médio e Formação continuada com quatro trabalhos cada um e ainda pouco investigado tem as categorias Educação Infantil e Ensino Superior.

O presente trabalho se insere nesta área pouco explorada ao propor atividades de combinatória para alunos de pedagogia em formação inicial, ou seja, na categoria Ensino Superior.

4.2 Ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas de Combinatória

Dos trabalhos pesquisados, com o tema raciocínio combinatório, compreendidos no levantamento bibliográfico apenas um tratava da Educação Infantil. Dell' Agli e Brenelli (2007) investigaram a construção da noção de classificação de alunos desde a Educação Infantil até o Ensino Fundamental II. Através de um jogo “descubra o animal” mostram em seus resultados que o mesmo pode auxiliar no diagnóstico psicopedagógico da noção de classificação.

Quando o cenário de investigação é o Ensino Fundamental I e II há uma maior incidência de estudos. Moro e Soares (2006) e Moro, Soares e Camarinha Filho (2010) investigaram os níveis de raciocínio combinatório de alunos do Ensino Fundamental ao resolverem problemas de produto cartesiano com base nos referenciais de Piaget e Vergnaud. Em suas análises identificaram os níveis a partir de soluções com ausência desse raciocínio até aquelas em que apresentaram seus sinais. Eles defendem a realização de trabalhos com problemas de produto cartesiano desde as séries iniciais, pois acreditam que ativar a construção do pensamento combinatório reflete em outras áreas da aprendizagem escolar.

Pêssoa e Borba (2009) realizaram um estudo com estudantes da 1ª a 4ª série com o objetivo de analisar as estratégias por eles utilizadas nos diferentes problemas de combinatória propostos. Observaram os acertos dos alunos de acordo com o ano de escolaridade e tipo de problema. Como resultados perceberam que os alunos desenvolvem estratégias interessantes que devem ser valorizadas para que eles avancem na compreensão e no desenvolvimento conceitual. As autoras corroboram com a ideia de trabalhar a combinatória por meio da resolução de problemas, o que é bom para os estudantes não apenas em matemática, mas em outras áreas do conhecimento.

Pedrosa Filho (2008) relata uma experiência realizada através de uma sequência de atividades elaboradas para crianças de 7 e 8 anos analisadas com base na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e na Teoria dos Registros de representação de Duval. Aplicadas as

²³Este quadro completo se encontra nos Apêndices.

atividades para os alunos em dupla o estudo teve como objetivo investigar o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Os resultados mostraram que é possível propor situações de Análise Combinatória para os alunos do Ensino Fundamental e que a criação de materiais manipuláveis, a liberdade para o surgimento de suas próprias estratégias e as devidas intervenções são fatores que ajudaram positivamente este trabalho.

Vazquez (2009) investigou as representações matemáticas de combinatória feita por alunos bilíngues e outros que ainda estavam em processo de aquisição da segunda língua nos EUA. Os resultados mostraram que os alunos bilíngues tiveram mais habilidades para solucionar as atividades, além de apresentarem soluções melhor elaboradas.

Santos e Grando (2011) trazem um estudo de um caso realizado com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. E através da resolução de problemas as autoras investigaram as ideias de linguagem e pensamento probabilístico que surgiam no processo de comunicação oral e escrita. A partir da análise das tarefas e discussões promovidas, notaram que os estudantes se apropriaram das palavras e expressões probabilísticas em suas vivências cotidianas.

Placha e Moro (2009) investigam a natureza das soluções feitas por alunos do Ensino Fundamental em atividades de produto cartesiano a fim de analisar a aprendizagem e a natureza das intervenções docente. Em suas considerações afirmam a importância de valorizar as estratégias e soluções apresentadas pelos alunos, afinal isso possibilita o professor acompanhar o processo de aprendizagem dos mesmos e fazer as intervenções adequadas. Defendem o trabalho com atividades que envolvem estruturas multiplicativas desde a Educação Infantil e alertam para importância do conhecimento dos conceitos matemáticos por parte dos docentes para auxiliarem os alunos nesse processo.

Teixeira *et al.* (2011) investigaram o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em atividades com estruturas multiplicativas envolvendo raciocínio combinatório. Os resultados mostraram como a resolução de problemas envolvendo combinatória deve ser um assunto melhor investigado, tanto no plano didático (desenvolvimento profissional acerca do tema) quanto em aplicações de atividades com os alunos, visto que houve apenas 16,2% de respostas corretas e, dentre os problemas com soluções corretas, a maioria apresentava procedimentos aditivos.

Correa e Oliveira (2011) analisaram a relação entre o enunciado da tarefa e sua resolução, sobretudo em problemas com noção de combinatória, propostas para alunos do Ensino Fundamental II. Tais problemas foram organizados de duas formas: enunciado apenas com números e valores e enunciado contextualizado com valores descritos na situação narrada. Os resultados mostraram que a forma como o problema estava escrito influenciou na resolução, principalmente em tarefas que envolviam combinação e arranjo.

Em Pêsoa (2009) a pesquisa foi realizada em um aspecto maior que envolvia alunos do Ensino Fundamental ao Ensino Médio. A autora investigou o desempenho e as estratégias utilizadas por alunos de escolas públicas e particulares de Pernambuco na resolução de problemas de combinatória. As análises mostraram que aspectos como a escola que o aluno frequenta, o tipo de problema e o período de escolarização interferem no desempenho do sujeito e que, mesmo não chegando ao resultado final, estudantes de todos os anos de escolaridade desenvolvem estratégias e elaboram representações simbólicas que demonstram compreensão dos significados. Sendo assim, a autora corrobora com a ideia de valorizar o conhecimento já possuído pelos alunos e a exploração do conhecimento combinatório que auxilia no desenvolvimento da matemática e áreas afins.

O estudo de Della Nina, Menegassi e Silva (2009) mostra que o grupo de pesquisa Matemática da Educação PUC/RS avançou na construção de metodologias que contribuíssem para o ensino da combinatória. Após a elaboração dos problemas e o conjunto de objetos de manipulação que auxiliasse na resolução o grupo aplicou as atividades para turmas do Ensino Médio. Resultados mostram que os alunos se envolveram na proposta, discutiram, organizaram e buscaram soluções sem a interferência do professor, apresentando, assim, aspectos da aprendizagem matemática.

Campos (2011) realizou uma pesquisa do tipo documental para analisar o caderno do aluno do Ensino Médio de São Paulo, sobretudo nos problemas de combinatória propostos para formação

do raciocínio combinatório. À luz do modelo combinatório implícito e da teoria dos campos conceituais examinou o conteúdo e observou que muitos problemas abordam situações semelhantes o que limita o desenvolvimento do raciocínio.

No âmbito do Ensino Superior, Alves e Segadas (2012) aplicaram questionários a graduandos de matemática com questões diversas de combinatória e analisaram as respostas à luz do Modelo Combinatório Implícito de Dubois (1984) e da classificação dos erros com base em Batanero, Navarro-Pelayo e Godino (1996). Como resultados os autores perceberam que os graduandos apresentaram dificuldades de lidar com o princípio aditivo e tentavam adequar as questões sempre a uma fórmula, o que levava muitas vezes ao erro. Identificaram também dificuldades em resolver problemas com contextos diferentes, mesmo usando o mesmo modelo matemático, o que se deve aos livros didáticos que variam pouco o contexto dos problemas dando maior ênfase aos de seleção em relação aos de partição.

Em se tratando da formação continuada, Lopes (2003) investigou a respeito do desenvolvimento profissional e prática pedagógica de professoras da Educação Infantil, a partir de um grupo colaborativo formado pela investigadora e educadora. Esse processo de desenvolvimento foi além da aquisição de conceitos relacionados à combinatória, pois oportunizou que as participantes desenvolvessem atividades de ensino com seus alunos sobre o tema.

Sabo (2010) investigou professores do Ensino Médio, a partir de entrevistas semi-estruturadas, a fim de identificar os saberes docentes sobre o conteúdo de Análise Combinatória e suas práticas. Em seus resultados identificou que a prática docente é cheia do saber herdado dos professores que passaram pelas experiências escolares dos sujeitos investigados. Nesse contexto, a formação continuada e a troca de informações e experiências entre os colegas de profissão ajudam a repensar esses saberes e possibilitam um contínuo aprendizado e desenvolvimento profissional.

Fernandes, Carvalho e Carvalho (2010) investigaram, através de um estudo de caso, o desenvolvimento do conhecimento didático de combinatória de duas professoras e a importância do trabalho colaborativo nesse processo. Destacaram que as concepções do professor e o conhecimento didático influenciam diretamente os alunos quando se trata de um conteúdo que o docente se sente desconfortável para lecionar, e isso reduz e omite as oportunidades de aprendizagem dos estudantes. Nesse cenário, o trabalho colaborativo com outros colegas de profissão pode ajudar na resignificação das práticas.

Mendonça (2011) investigou, por meio de um trabalho colaborativo entre pesquisador e professores, a atuação dos professores de matemática nas atividades de planejamento de ensino em uma perspectiva construtivista à luz do uso da trajetória hipotética de aprendizagem (THA). Após a elaboração da THA colaborativamente, os docentes participantes aplicaram as atividades aos alunos e esses dados foram analisados, concluindo que o THA é uma boa proposta para formulação das aulas, mas que demanda bastante tempo e dedicação do docente.

Além desses estudos encontrados no levantamento bibliográfico, buscamos por alguns trabalhos atuais em outras revistas e eventos de Educação Matemática. Das pesquisas focadas no desenvolvimento do raciocínio combinatório, Pêsoa e Santos (2012) realizaram um estudo de caso sobre o desempenho de dois alunos do 5º ano do Ensino Fundamental ao trabalharem com problemas de combinatória. As autoras realizaram um pré-teste, depois sessões de intervenção e depois pós-teste e perceberam que a estratégia de listagem de possibilidade foi importante facilitador para o ensino do conteúdo.

Outros trabalhos também com esse tema foram propostos por Pêsoa e Borba (2009), Lima e Borba (2010) e Barreto e Borba (2011). Mas, especificamente, nesse último, as autoras realizaram um estudo através de intervenções pedagógicas com alunos da Educação de Jovens e Adultos utilizando atividades de combinatória para auxiliar na superação de dificuldades desses alunos. Em seu método foram feitos: pré-testes seguidos de sessão de intervenção e pós-teste. As autoras destacam que após a sessão de intervenção o grupo apresentou melhores desempenhos.

4.2.1 Observações e desdobramentos

Entre os anos de 2002 a 2011, foram nove anos de publicações e sabemos que ainda há poucos trabalhos na área. Contudo, não deixaremos de ressaltar que escolhemos apenas alguns lugares para busca dos dados. Consideramos o banco da Capes, onde são arquivados todos os resumos e principais informações dos trabalhos concluídos em pós-graduação, as principais revistas de Educação Matemática do país e o banco de dados do Scielo Brasil, no qual se localizam algumas revistas e periódicos de diferentes áreas de estudo. Em se tratando deste último sítio de busca, entendemos que nem todas as revistas já se encontram nesse espaço, sobretudo revistas de pesquisas educacionais. Em razão disso, um desdobramento para uma futura pesquisa seria o levantamento de trabalhos publicados em Anais dos principais eventos de Educação e Educação Matemática do país.

CAPÍTULO V - DOWNLOADING O CHAT

5 LOCALIZANDO A SALA VIRTUAL

Com o Java script instalado basta selecionar a sala virtual destinada ao seu grupo. Neste capítulo, reservamos para destacar os estudos que embasaram esta investigação.

5.1 Selecionando a Sala Virtual

Os dois levantamentos bibliográficos vistos nos capítulos anteriores foram fundamentais para ter um panorama das pesquisas realizadas na última década que envolviam estes dois temas: ambientes virtuais de aprendizagem e ensino da análise combinatória. Através deles identificamos lacunas existentes no âmbito da pesquisa educacional e revisitamos os estudos que constituíram nossa revisão de literatura.

No segundo capítulo, organizamos um quadro a partir de refinamentos do levantamento bibliográfico para mostrar os principais estudos que analisaram atividades em ambientes virtuais de aprendizagem e que promoveram também interações síncronas (em tempo real), isto é, chats.

No terceiro capítulo, observamos os contextos das pesquisas sobre ensino da análise combinatória e notamos ser um tema ainda pouco explorado, principalmente no Ensino Superior.

A partir destes capítulos, elaboramos um esquema que ilustra os trabalhos em destaque que estiveram presente na nossa revisão de literatura exposto na próxima página:

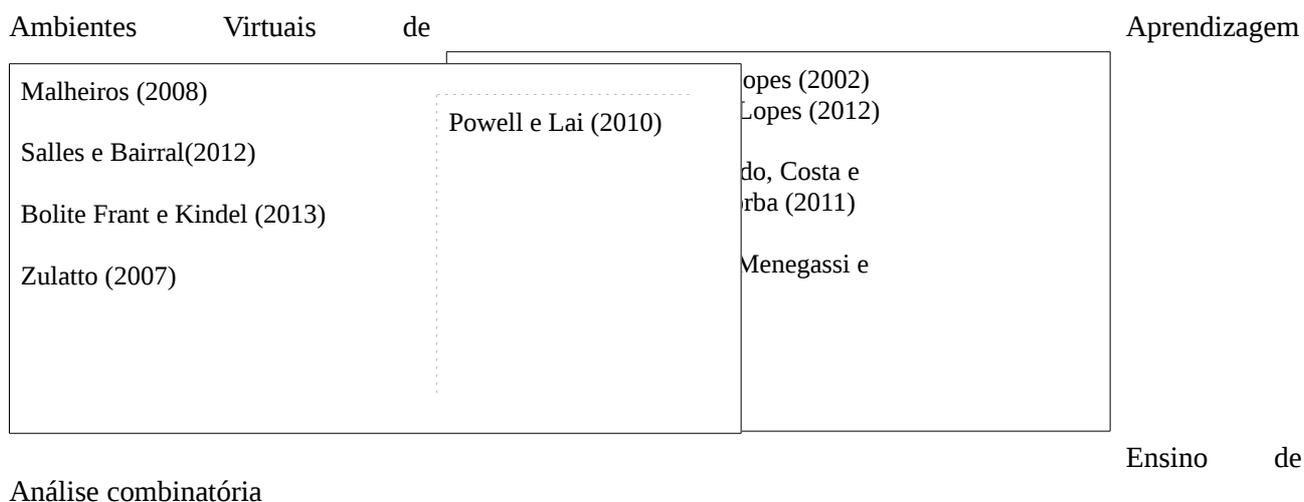


Figura 4 - Esquema da revisão de literatura

Fonte: Elaborado pela autora

Quanto aos trabalhos realizados em ambientes virtuais de aprendizagem que fizeram uso de chats, destacamos Malheiros (2008) e Zulatto (2007). Malheiros investigou um curso de formação continuada de professores voltado para projetos de modelagem matemática online. Neste curso, as interações foram realizadas não apenas em chats, mas também por e-mails, MSN e outras ferramentas do TIDIA-Ae. Para sua análise a interação, o diálogo e a colaboração são elementos essenciais durante a produção do conhecimento. Adotando a visão de construção de conhecimento dos seres-humanos com mídias, a autora sublinha a importância da Internet na natureza da comunicação e interação que possibilitou a elaboração de projetos de modelagem matemática

virtual de maneira diferente quando se propõe presencialmente. Afinal, segundo a pesquisadora, as mídias condicionam a natureza do conhecimento.

Zulatto (2007) investigou a natureza da aprendizagem matemática em um curso online de geometria para professores de matemática cujo nome era “Geometria com Geometricks” e utilizava também um software de geometria. Em sua análise, ela investigou o curso através dos diferentes espaços comunicativos constituído pelos participantes como e-mails, chats, videoconferências e fóruns dando ênfase à importância da interação, diálogo, participação, compartilhamento entre os participantes ao se constituírem uma Comunidade Virtual de Aprendizagem (CVA).

De fato, as trocas discursivas em um chat são hipertextuais. Desta forma, corroboro com Malheiros (2008) e Zulatto (2007) que destacam a importância da interação nesse processo de construção de conhecimento.

Destacamos também o trabalho de BoliteFrant e Kindel (2013), apesar de não fazer parte do levantamento bibliográfico (Capítulo 2) é uma investigação que analisou as interações de licenciandos em problemas sobre o infinito no VMT-Chat e que discutiu as características da plataforma e os tipos de tarefas implementadas para a promoção da interação discursiva. As autoras privilegiaram tarefas não usuais sobre o infinito e ressaltaram algumas vantagens do ambiente para o desenvolvimento do discurso como: referenciar uma determinada conversa ou desenho, compartilhar a área do desenho em tempo real e a possibilidade de ver o que outros participantes de outras salas fizeram. Características como essas apresentadas por Bolite Frant e Kindel (2013) também nos levaram a optar pelo VMT-Chat.

Quanto aos trabalhos focados em ensino da análise combinatória, damos destaque a Souza e Lopes (2012) que investigaram o desenvolvimento profissional de educadoras da Infância em Educação Matemática através de um grupo de estudos que abordava a resolução de problemas de combinatória e probabilidade. A partir desses encontros, as professoras elaborariam e aplicariam atividades com seus alunos seguindo as ideias relacionadas. Os autores defendem a possibilidade do trabalho com ideias matemáticas de combinatória desde a Educação Infantil.

O estudo de Della Nina Menegassi e Silva (2009) mostrou que o grupo de pesquisa Matemática da Educação PUCRS avançou na construção de metodologias que contribuíssem para o ensino da combinatória. Após a elaboração dos problemas e o conjunto de objetos de manipulação que auxiliasse na resolução o grupo aplicou as atividades para turmas do Ensino Médio. Resultados do trabalho evidenciam que os alunos se envolveram na proposta, discutindo, organizando e buscando soluções sem a interferência do professor, apresentando aspectos da aprendizagem matemática. Com base neste relato de experiência, selecionamos e adaptamos algumas tarefas a serem propostas às licenciandas de pedagogia. Entendemos que essas tarefas mesmo usuais se enquadram nos problemas que “valem à pena” caracterizados por Cai e Lester (2012).

Da revisão de literatura realizada as investigações estão focadas em situações de combinatória predominantemente em atividades presenciais. Em Azevedo, Costa e Borba (2011) já aparece a inserção de um software chamado *Árbol* para o trabalho com alunos do 5º ano. No caso de ambientes virtuais, Powell e Lai (2010) realizaram estudo de caso onde analisaram as interações de duas duplas no ambiente VMT-Chat também com atividades de combinatória. Os participantes eram futuros professores e o objetivo da pesquisa era investigar como os sujeitos construíam interativamente significados matemáticos e que ideias matemáticas, heurísticas e linhas de raciocínio eles desenvolviam nesse ambiente. Seus resultados mostram como as duplas construíram um contexto de entidades matemáticas e de inscrições variadas na resolução do problema, isso as deixaram mais preparadas para outras ações matemáticas colaborativas posteriores.

Nosso estudo se insere em contextos similares a estes trabalhos que tem sido desenvolvidos. Propomos tarefas de combinatória para futuras educandas das séries iniciais em um chat, e a análise tem como foco o processo de solução das interlocutoras no ambiente. Entendemos que por se tratar de um chat, diferentes aspectos comunicativos devem ser levados em consideração. O discurso eletrônico do chat é como uma linguagem falada, mas expressa textualmente, o que o torna

qualitativamente diferente de outros espaços comunicativos como descrito por Santos e Borba (2008).

5.2 Visão de Construção de Conhecimento: Como se Aprende Matemática Online?

Reconhecemos que avaliar, nivelar, mensurar a aprendizagem de um indivíduo é um processo bastante complexo. Antes de qualquer avaliação da aprendizagem é necessário explicitar como entendemos o processo de aprendizagem nesses ambientes virtuais. A construção do conhecimento acontece de forma hipertextual e coletiva através das interações entre seres humanos e os diferentes artefatos mediadores, inclusive, as TIC. A aprendizagem se dá através da rede hipertextual do aluno e suas transformações durante o processo. Corroboro com Bairral (2011) quando afirma que a aprendizagem em ambientes virtuais é analisada através das diferentes formas de participação dos sujeitos envolvidos e toda a construção hipertextual realizada por eles deve ser objeto de nossa atenção. Sendo assim, afirmamos ser importante o estudo das interlocuções que ocorrem em cenários virtuais como estratégia de analisar diferentes formas de participação dos interlocutores.

Outro aspecto relevante é a análise das heurísticas emergentes, ou seja, as estratégias construídas colaborativamente para solucionar um problema matemático. Com esses dois pilares, buscamos por aspectos da aprendizagem matemática virtual na construção hipertextual criada pelos sujeitos através das diferentes formas de participar e matematizar, isto é, argumentar, formular, conjecturar, questionar, na criação de estratégias para solucionar a atividade proposta mediante diferentes tipos de interlocução.

5.3 Interações virtuais: interlocuções e heurísticas emergentes

Diante da resolução de problemas matemáticos a postura dos indivíduos desde Polya (1978) se caracteriza como algo importante para se chegar com sucesso a uma solução. Quando se trata de resolução de problemas em cenários virtuais de aprendizagem, acreditamos que a postura participativa dos sujeitos são aspectos que influenciam diretamente na construção coletiva, dessarte o estudo da interlocução é uma ferramenta que auxilia na análise das interações virtuais mencionada por Salles e Bairral (2010).

A interlocução é a análise das diferentes formas de participação que ocorrem em unidades de conversas, sejam elas interações orais e/ou escritas. Essas análises das interlocuções surgiram da ampliação feita por Powell (2006) que não analisa apenas a escuta como Davis, mas também faz um questionamento das práticas discursivas dos alunos em suas trocas conversacionais. Essa ampliação apresenta quatro propriedades que são conhecidas como: *Avaliativa, Informativa, Interpretativa e Negociativa*. Em resultados de trabalhos anteriores percebemos a potencialidade da interlocução negociativa, visto que nela há uma maior troca discursiva entre todos os participantes.

Também nessa resolução de problemas discutida por Polya (1978), é comum que professores e alunos objetivam e se preocupam com a busca de uma resposta única e correta. Nesse formato a prática da matemática se torna limitada, atrapalhando o desenvolvimento da criatividade e a capacidade de investigação através de modelos de resolução previsíveis que muitas vezes não despertam o interesse dos alunos. Entendemos que a resolução de problemas precisa incentivar e valorizar a busca de procedimentos diversos dando liberdade para os alunos nas aulas de matemática.

No Gepeticem, um estudo inicial focado em heurística foi feito por Bezerra (2009). Bezerra citando Stahl et al. (2006), considerou heurística qualquer estratégia (não rotineira e pré-determinada) de pensamento que emerge nas interações e que são desenvolvidas colaborativamente mediante processos de justificativas variados. A heurística é o meio em que o(s) indivíduo(s)

busca(m) para tentar solucionar o problema proposto e os procedimentos heurísticos envolvem descobertas e aprofundamento (refutação ou não) da ideia mediante interações variadas. Para Stahl et al (*op. cit.*) a heurística é o meio onde o indivíduo, no grupo cognitivo²⁴, busca para tentar solucionar o problema matemático. No contexto desta investigação, as heurísticas são analisadas por meio da produção discursiva (mensagens escritas e gráficas). Durante o processo interativo muitas das heurísticas observadas como: confirmar, perguntar, refinar, justificar, propor assumem a mesma natureza gerando um caráter transversal na dinâmica de construção coletiva.

Estamos em sintonia com as conceituações aqui apresentadas que embasaram a análise.

²⁴Grupo cognitivo é uma forma de cognição que envolve raciocínios avançados como na resolução de problemas e que são percebíveis no coletivo discursivo. O autor analisa o processo interativo em Chats fundamentado no conceito de referência. Como os bate-papos de seus projetos (The Virtual Math Team Project) têm utilizado outros elementos discursivos além da escrita. Sthal (2006) ressalta que tanto esse conceito como a abstração, trazem desafios cognitivos especiais para o aprendizado matemático em ambientes apoiados pela tecnologia.

CAPÍTULO VI - AMBIENTAÇÃO

6 O QUE FAZER? COMO FAZER?

Completado o downloading o primeiro passo é ambientação. Conhecer as ferramentas, testar, manipular para saber o que é possível fazer com o ambiente virtual. Neste capítulo, tecemos considerações acerca da metodologia de pesquisa e descrevemos a abordagem metodológica adotada neste trabalho. Explicitamos o contexto da pesquisa, tarefas propostas e fases da análise. Reconhecemos que esse é um momento crucial para a pesquisa, pois através do campo junto aos instrumentos de coleta de dados e as análises configuramos o desenvolvimento da pesquisa.

6.1 Paradigmas, Métodos, Técnicas: Que Abordagem Metodológica Adotar?

Essa é uma das primeiras questões que o pesquisador iniciante enfrenta. Qual método de pesquisa utilizar? Sob que abordagem metodológica o seu trabalho se encaixa? A luz de que paradigma sua pesquisa se lança? Qual a natureza do conhecimento? (dimensão ontológica). Como agir para descobrir o cognoscível? De que maneira o indivíduo cria, modifica e interpreta o mundo em que se encontra? (dimensão metodológica). Qual a natureza da relação entre o que se conhece e o conhecido? (dimensão epistemológica). Enfim, todos esses questionamentos são importantes para a realização de um trabalho acadêmico. Afinal, o aspecto científico do paradigma utilizado refere-se à maneira que o pesquisador concebe e interpreta a realidade além de representar a visão de mundo que se compartilha com um grupo de cientistas (ESTEBAN, 2010).

São muitos os trabalhos como Santos (1989), Esteban (2010), Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1999), que relatam e descrevem o processo de construção dos paradigmas e métodos das ciências humanas e sociais. Segundo Bicudo (1993), “pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada” isto é, a partir de uma interrogação formulada ou inquietação andar em torno dessa interrogação nas diversas dimensões possíveis em busca da compreensão do fenômeno. A respeito das perspectivas teórico-epistemológicas desse estudo segue o esquema na próxima página:

Quadro 6 – Paradigma e perspectivas teórico-epistemológicas

Fonte: Elaboração da autora

Esta pesquisa segue na direção de uma abordagem qualitativa que faz uso da perspectiva teórica interpretativa, pois visa à compreensão e interpretação do fenômeno, através de olhares múltiplos e holísticos por meio de interações de diferentes naturezas. Consideramos que a metodologia de pesquisa é formada pelos procedimentos metodológicos utilizados e é fundamental que estes estejam em consonância com a visão de construção de conhecimento do pesquisador.

A metodologia adotada nesse estudo é do tipo estudos de caso, investigação que tem sido usada na área de Educação, e tem aumentado a sua popularidade em pesquisas de Educação Matemática. Segundo Ponte (2006), o principal intuito do estudo de caso é compreender com profundidade uma entidade bem definida, expondo sua identidade e características, mas precisamente nos aspectos que interessam o investigador. Essa entidade bem definida pode ser “uma pessoa, uma instituição, um curso,.. ou qualquer unidade social” (PONTE, *op. cit.*, p.2) que é investigada, sobretudo com base em uma particularidade de uma situação supostamente única ou especial. Lüdke e André (1986) afirmam que “o caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio e singular” (LÜDKE; ANDRÉ, *op. cit.*, p.17) e mesmo

havendo certas semelhanças o interesse inicial por um fenômeno específico incide no que ele tem de único e particular. Portanto, nossa pesquisa se caracteriza como estudo de caso porque investiga o processo de resolução de problemas de um grupo particular. A escolha deste grupo é caracterizada pelo fato de ter sido o único grupo em que os integrantes participaram de todas as sessões virtuais combinadas com as turmas. Consideramos cada sessão online como unidade de análise.

A importância de delimitar o estudo decorre de não ser possível dar conta de explorar o fenômeno em todos os ângulos, por isso o recorte é fundamental para se conseguir alcançar os objetivos do estudo de caso como destacado por Ludke e André (1986). Para uma maior credibilidade do estudo em uma pesquisa qualitativa há a importância de se obter os dados utilizando instrumentos de coleta distintos. Uma das características desse tipo de estudo é a variedade de instrumentos e estratégias de obtenção dos mesmos, “assumindo formatos específicos e envolvendo técnicas de recolha e análise de dados diversos” (PONTE,2006). Veja abaixo o esquema com os instrumentos utilizados nesta pesquisa.

Figura 5 – Instrumentos de coleta de dados

Fonte: Elaboração da autora

Para coleta de dados, utilizamos um questionário inicial, transcrições geradas de cada sessão virtual e imagens geradas no quadro branco (*whiteboard*) do ambiente. O questionário possibilitou traçar perfis iniciais dos sujeitos da pesquisa. As transcrições das mensagens escritas no ambiente junto às imagens geradas no quadro branco são os principais dados coletados.

Após e durante a coleta dos dados, é importante a leitura e releitura de tudo coletado para seguir em direção a análise. A triangulação desses dados é momento que se dará a real significação e relevância aos resultados. Para Goldenberg (2004) a triangulação é a combinação de metodologias diversas no estudo de um mesmo fenômeno e através dela é possível “abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo”. Dessa forma, a triangulação foi realizada principalmente por meio das transcrições textuais e gráficas e as fases da análise estão descritas na próxima sessão.

6.2 Como Foi Realizada a Análise?

Na Educação Matemática, a metodologia de estudos de caso tem sido bastante usada para investigar a aprendizagem de alunos, bem como programas de formação inicial e contínua de professores como destacado por Ponte (2006) que é o principal foco desse trabalho. As tarefas foram propostas com turmas de Licenciatura em Pedagogia, estudantes da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ/maracanã). As turmas estavam no 5º período do curso e as atividades foram realizadas durante a disciplina obrigatória da grade curricular. Os acessos aconteceram em horários extraclasse e predominantemente à distância, com exceção de um grupo que pediu para utilizar o laboratório da instituição. Este estudo de caso analisa este grupo específico que acessou todas as sessões virtuais e utilizou computadores da própria instituição para participar. Estas particularidades que nos levaram a selecioná-lo para esta investigação.

Entendemos a importância de descrever as fases da análise dos dados, principalmente em uma pesquisa qualitativa. A seguir apresentamos um quadro relatando as fases desta análise:

Quadro7 - Fases e procedimentos de análise

Fase	Estratégias/Procedimento	Resultados observados
F1	Leitura de toda transcrição.	Panorama geral do chat.
F2	Releitura do chat observando marcas discursivas da colaboração	Momentos importantes que geram marcas discursivas
F3	Fazer as devidas fragmentações da interação com base nessas marcas	Análise mais profunda das fragmentações derivadas das marcas

	discursivas	discursivas
F4	Revisitar o real player nos respectivos fragmentos destacados	Analisar o conjunto do discurso gráfico e o discurso escrito
F5	Identificar heurísticas, aspectos comunicativos e colaborativos que emergem da interação	Estratégias para solucionar o problema, indícios da aprendizagem matemática e colaboração e a importância dos aspectos comunicativos neste processo
F6	Elaborar um esquema com a sequência de telas do analisadas	O processo de construção de conhecimento e estratégias através das inserções no quadro branco

Fonte: Elaborado pela autora

A primeira fase de análise do chat foi a leitura de toda a transcrição textual gerada pelo VMT. Através da leitura conseguimos construir um panorama do chat e observar momentos críticos da interação. Em uma segunda fase, focamos nos momentos críticos, onde se identificava uma negociação entre os participantes e destacamos marcas discursivas que nos remetesse a colaboração, criação de estratégias. A próxima etapa foi fragmentar o chat para realizar uma análise mais aprofundada de cada excerto e em seguida revisitar a respectiva tela do quadro branco naqueles fragmentos. Na próxima fase (F5) focamos nas heurísticas que emergiram da interação, observamos aspectos comunicativos e colaborativos derivadas das marcas discursivas tanto nas mensagens textuais quanto nas gráficas. Nessa fase, encontramos indícios da aprendizagem matemática e colaboração. E finalmente, utilizamos as telas analisadas para elaborar um esquema que sintetiza a interação através das imagens capturadas do chat, que nos possibilitou interpretar a construção de conhecimento dos aprendizes através das inserções no quadro branco.

6.3 Contexto do Estudo

Nos projetos em que essa pesquisa está inserida, aprendizagem matemática é desenvolvida em ambientes virtuais específicos (BAIRRAL, 2007) por isso, em alguns estudos usamos o VMT-Chat.

O VMT-Chat é o ambiente utilizado para a resolução do problema pelos alunos que é cedido pela Drexel University, Philadelphia, USA. Para acessar o ambiente²⁵ é necessária a realização de um cadastro para gerar nome e senha de acesso.

²⁵ <http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/>



Figura 6 – Página para *login*
 Fonte: Print screen da página inicial

Com a obtenção do nome e senha de acesso, através do link *Register for a new VMT account*, é possível ingressar no site do VMT Lobby e, em seguida, escolher a sala virtual para participar.

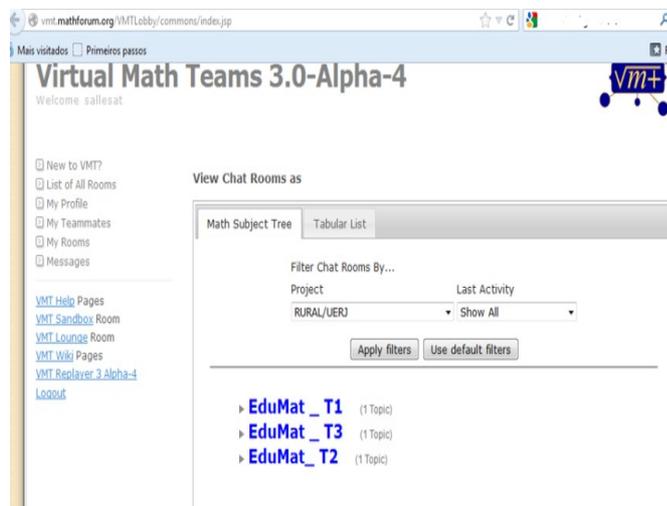


Figura 7 – Página inicial após o *log in*
 Fonte: Print screen da tela após o *log in*

Localizado o espaço destinado ao grupo, é preciso clicar sobre o mesmo e fazer o *download* da sala virtual. Após o momento para conhecer o ambiente (ambientação) é proposto uma tarefa para ser resolvida com o grupo no chat. Terminada a sessão é possível gerar um documento com toda a transcrição escrita de cada participante, inclusive de seus feitos no quadro branco (*whiteboard*). Além disso, é possível gerar um “real player” de toda a manipulação feita no quadro branco pelos participantes em ordem cronológica. A transcrição de toda comunicação realizada nesses dois espaços são os principais instrumentos de coleta de dados. É através delas que debruçamos a análise por intermédio da análise do discurso.

É importante dizer que, nesse ambiente, as mensagens do chat e as ilustrações no quadro branco acontecem no processo interativo constantemente, não havendo predominância nem importância de um espaço em relação ao outro como sublinhado em Salles e Bairral (2010). Em razão disso, concebemos que o processo interativo deve ser visto como uma conjunção (BAIRRAL;POWELL, 2008) e a inter-relação dos espaços e a natureza dual do ambiente é importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático como sublinhou Çakir et al. (2009).

A análise feita neste trabalho utiliza os dados da implementação realizada com três turmas do curso de Licenciatura em Pedagogia da UERJ. Esse curso possui em seu currículo duas disciplinas obrigatórias para o Ensino da Matemática: Educação Matemática para Crianças, Jovens e Adultos (I e II). A presente pesquisa foi realizada com a disciplina II e está em sintonia com o seguinte propósito da sua ementa: aplicação do conhecimento matemático na resolução de problemas na vida cotidiana visando o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático mediante situações a serem trabalhadas com os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental. Ao contrário do raciocínio geométrico ou algébrico, adoto a concepção de que o raciocínio combinatório assume as singularidades da incerteza e da probabilidade.

Como o VMT funciona com a organização de salas em pequenos grupos, para cada turma (Edumat_T1, Edumat_T2, Edumat_T3) foram criadas 6 salas virtuais. Cada sala foi constituída de três a cinco alunos além da professora/pesquisadora.

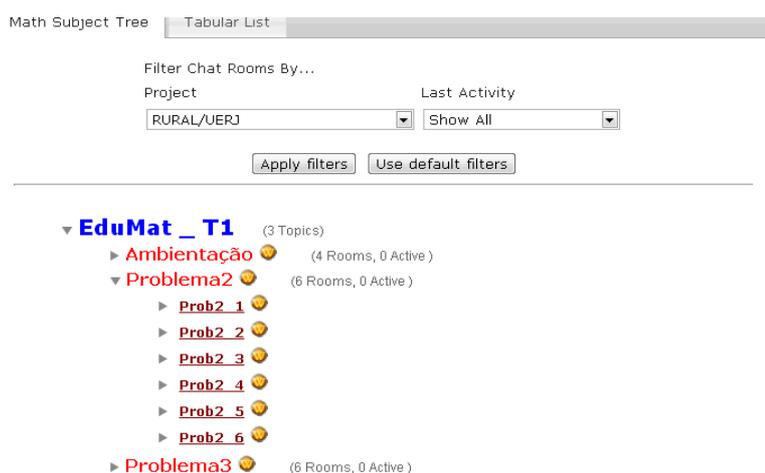


Figura 8 – Tela mostrando as salas abertas para Turma 1 (Edumat_T1)
Fonte: Print screen da tela com as salas virtuais

Os participantes não conheciam o ambiente virtual. Eles interagiram (no mês de dezembro de 2012) em atividades de combinatória através dos bate-papos com duração total aproximada de 6h, divididas em três sessões. Cada sala é constituída uma unidade de análise. Selecionamos duas unidades de análise, realizadas pelo mesmo grupo, para investigar porque nelas todos os seus participantes estiveram presentes nas três sessões implementadas. Nosso olhar está focado nas heurísticas emergentes das interações dos sujeitos em busca da solução do problema. Os dados são obtidos através das transcrições geradas de todos os debates ocorridos no ambiente virtual. A análise é feita recorrentemente com o uso do *player*, uma ferramenta da plataforma que permite revisar o processo interativo dos interlocutores na resolução do problema.

6.3.1 Problemas propostos e raciocínio combinatório

Em nossa investigação, utilizamos tarefas como as sugeridas em Della Nina, Menegassi e Silva (2009). São problemas matemáticos usuais de combinatória e encontrados em livros didáticos adotados em escolas brasileiras. Em seu estudo, Della Nina e suas colaboradoras (2009) propuseram outras metodologias que contribuíssem para o ensino da combinatória e mostraram que os alunos se envolveram na proposta, discutiram e buscaram soluções sem a interferência do professor. Desse modo selecionamos e adaptamos algumas dessas tarefas que foram realizadas de maneira presencial e propusemos virtualmente para realização no VMT-Chat.

Outro aspecto relevante para escolha das tarefas é que por se tratar de resolução de problemas pensamos em “tarefas matemáticas que têm o potencial de proporcionar desafios

intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos” como sublinhado por Cai e Lester (2012). Precisamos selecionar “problemas que valem a pena” para possibilitar que os alunos utilizem e amplie seus conhecimentos prévios e estimule a aprendizagem matemática. Para isso os autores listaram 10 critérios para caracterizar problemas que “valem a pena”, que estão dispostos a seguir:

1. O problema envolve matemática útil e importante;
2. O problema exige níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas;
3. O problema contribui para o desenvolvimento conceitual dos alunos;
4. O problema cria uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e onde eles estão enfrentando dificuldades;
5. O problema pode ser abordado por estudantes de múltiplas maneiras usando diferentes estratégias de resolução;
6. O problema tem várias soluções ou permite diferentes decisões ou posições a serem tomadas e defendidas;
7. O problema encoraja o envolvimento e o discurso dos alunos;
8. O problema se liga a outras importantes ideias matemáticas;
9. O problema promove o uso habilidoso da matemática;
10. O problema proporciona uma oportunidade de praticar habilidades importantes.

Obviamente que os “problemas que valem a pena” nem sempre cumprirão todos os 10 critérios, mas segundo os autores os quatro primeiros critérios são essenciais na seleção dos problemas. Entendemos que esses critérios são importantes para auxiliar o docente na seleção das tarefas, mas nenhum deles garantirá o envolvimento dos alunos. Acreditamos que as tarefas de combinatória propostas possuem características dos problemas que valem a pena, principalmente quando se valoriza a criatividade e espontaneidade nas soluções. No contexto da resolução de problemas online no VMT-Chat observamos que o critério 7 é bem relevante, pois a natureza do ambiente virtual contribui para o envolvimento e o discurso dos alunos.

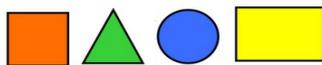
Desta forma, queremos observar as estratégias criadas e negociadas pelos aprendizes no desenvolvimento dessas atividades no ambiente VMT-Chat e contribuir com reflexões sobre o desenvolvimento colaborativo do raciocínio combinatório em cenários virtuais. No âmbito do pensamento matemático estamos considerando raciocínio combinatório como uma forma de raciocinar que estabelece relações entre observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos ao lidar com situações problemas de diferentes tipos de agrupamentos que induza ao entendimento do princípio multiplicativo como previsto nos PCN (BRASIL, 1997).

Para as implementações selecionamos tarefas que explorassem o raciocínio combinatório, por exemplo:

Quadro 8 – Primeira tarefa proposta

<p>Tarefa 1:</p> <p>Um código é formado por figuras geométricas em sequência. Com um quadrado, um triângulo, um retângulo e um círculo, queremos formar códigos diferentes. Quantos códigos diferentes podemos montar?</p> <p>a) Com três figuras distintas?</p> <p>b) Com três figuras distintas e o círculo no centro?</p>
--

- c) Com três figuras distintas, sendo o quadrado e o retângulo nas extremidades?
 d) Com as quatro figuras?



Fonte: Adaptado de Della Nina, Menegassi e Silva (2009)

Escolhemos este exemplo para dar início ao conjunto de sessões porque é uma atividade de arranjo simples, isto é, onde a ordem das figuras importa na construção de cada código. O primeiro item pede por todas as possibilidades de códigos formados por três figuras tendo como espaço amostral as quatro opções. Os itens seguintes eram restrições da mesma atividade e o item d pede as possibilidades de códigos formado por 4 figuras. Propor esse tipo de atividade no VMT permite que o aluno utilize diferentes formas de registro para solucionar o problema através das mensagens gráficas e textuais.

Quadro 9 – Segunda tarefa proposta

Tarefa 2:

Dispondo das frutas laranja, maçã, abacaxi, melão e mamão, de quantas maneiras diferentes podemos preparar uma salada de frutas?

- a) usando três frutas diferentes?
 b) usando três frutas sendo que uma delas é laranja?
 c) Usando três frutas, mas não escolhendo o abacaxi?
 d) Usando quatro frutas?
 e) Usando as cinco frutas?



Fonte: Adaptado pela autora de Della Nina, Menegassi e Silva (2009)

Esta tarefa foi proposta para a segunda sessão. Após solucionarem um problema de arranjo simples, propomos essa tarefa de combinação simples para os alunos. Por se tratar de uma combinação a ordem das frutas não importa na formação da salada de frutas, isto é, usando como exemplo o *item a*, a salada de frutas feita por *laranja+maçã+melão* é a mesma salada formada por *maçã+melão+laranja*. Os *itens b e c* são restrições do *item a* e os *itens d e e* são combinações com alteração no tamanho do agrupamento.

Neste quadro na próxima página, apresentamos um resumo das tarefas propostas com o respectivo encontro virtual:

Quadro 10 – tarefas x sessão virtual

Encontros	Problema	Aspecto Conceitual
1	Realização de Cadastro	Cadastro realizado em sala e a distância

2	Tarefa dos códigos	Arranjo simples e com restrições
3	Tarefa da salada de frutas	Combinação simples e combinação com restrições
4	Tarefa livre para criação	A elaboração e resolução de uma tarefa correlata as realizadas.

Fonte: Elaborado pela autora

Ressaltamos que são analisados neste trabalho apenas os dados das sessões virtuais dois e três.

Após a coleta de dados, realizamos leituras e releituras de todo material submergindo ainda mais em todo contexto com o olhar sensível para as múltiplas realidades construídas entre os participantes e o ambiente virtual de aprendizagem.

CAPÍTULO VII - INTERAGINDO

7 RESOLVENDO O PROBLEMA

Após a ambientação e ter conhecido as ferramentas do ambiente, a tarefa é proposta! Neste capítulo construímos a análise realizada das transcrições geradas pelos grupos selecionados. É uma análise que tem como foco (a) encontrar indícios da aprendizagem matemática virtual que emergem nas negociações, (b) observar as heurísticas utilizadas pelos alunos para solucionar o problema correlacionando com as mensagens gráficas feitas no quadro branco (*whiteboard*), (c) observar aspectos comunicativos através das marcas discursivas que destacam a colaboração e o desenvolvimento do raciocínio coletivo.

7.1 Análise

As sessões virtuais foram combinadas em horário extraclasse e podiam ser acessadas no laboratório da instituição ou de outro espaço com internet. Este estudo de caso analisa um grupo específico que acessou todas as sessões virtuais e utilizou computadores da própria instituição para participar, particularidades que me levaram a selecioná-lo para esta investigação.

Esta análise refere-se ao grupo formado pelas três alunas cujos *VMT screennames*²⁶ eram *Ester, Sofia e Luísa*²⁷ mais a professora-pesquisadora (alinet), em sua primeira sessão virtual. As sessões virtuais aconteceram no mês de dezembro de 2012 durante as aulas da disciplina Educação Matemática para crianças, jovens e adultos II que faz parte do novo currículo do curso de pedagogia da UERJ. A disciplina faz parte da grade curricular dos alunos do 5º período, mas não exige como pré-requisito a disciplina Educação Matemática para crianças, jovens e adultos I para ser cursada. Essas alunas estavam inscritas da Turma 1 cujas aulas eram horário matutino por este motivo as sessões virtuais aconteceram contra turno.

Como essa pesquisa tem como foco a análise da resolução de problemas *online* e, conforme Schoenfeld (1992), as crenças e afetos constituem um dos aspectos²⁸ cognitivos implicados na resolução de problemas, decidimos por aplicar um questionário inicial (Apêndices A) às futuras professoras como uma forma de obtermos algumas de suas crenças. O questionário foi aplicado duas semanas antes dos acessos ao ambiente e nele suscitamos reflexões sobre o aprendizado matemático de cada sujeito. O quadro seguinte que ilustra as respostas de três de nossos sujeitos²⁹ está exibido na próxima página:

Quadro 11- Perfis e crenças dos sujeitos analisados nessa pesquisa

Perguntas do questionário	Sujeitos da pesquisa		
	<i>Luísa</i>	<i>Sofia</i>	<i>Ester</i>
Como você se sente quando tem que estudar matemática?	□, Tenho algumas dificuldades, então fico um pouco tensa	□, Quando tenho que fazer algum trabalho de matemática e não	□, Já gostei muito de matemática, mas confesso que

²⁶ Nome de identificação no ambiente.

²⁷ Optamos não revelar os nomes dos alunos participantes, por esta razão os nomes são fictícios.

²⁸ Os outros aspectos são: o conhecimento base (de referência), as estratégias de solução do problema (heurísticas), o monitoramento e o controle, e as práticas.

²⁹ Esses são os três sujeitos analisados também no VMT-Chat.

☐, ☐, ☐ Comente.	na hora de estudar, mas nada que me desmotive.	é muito complexo me sinto bem, mas quando tenho que fazer algum trabalho de matemática que é muito complexo eu não gosto muito.	atualmente tenho encontrado dificuldade em resolver alguns conteúdos.
Você utiliza internet?	Sim	Sim	Sim
Para que você acessa a Internet?	- participar de redes sociais - consultas e pesquisa - leituras de jornais, revistas, etc. - assistir vídeos - escrever e-mails	- participar de redes sociais - consultas e pesquisa - assistir vídeos - escrever e-mails	- participar de redes sociais - consultas e pesquisa - assistir vídeos - escrever e-mails
Você acredita que é possível aprender matemática na Internet?	Sim	Sim	Sim
Você já utilizou a Internet para aprender sobre algum conteúdo matemático?	Não	Não	Não

Fonte: Elaborado pela autora.

Como podemos observar, todas as licenciandas não assinalaram se sentir feliz ou triste ao estudar matemática, mas indiferente. Essa é uma resposta que nos instigou, principalmente, porque estamos lidando com futuras professoras das séries iniciais. Contudo, em todos os seus comentários há indícios de sentimentos de dificuldade, tensão e de não ter familiaridade com trabalhos complexos. Essas crenças podem estar relacionadas com a ideia de não poder errar e a necessidade de dar uma resposta final correta, ainda muito fortes no ensino de matemática. Por isso, elucidar algumas dessas crenças pode ser útil para o professor conhecer um pouco mais seus o que pensam seus alunos como forma de implementar práticas que permitam aos mesmos revisá-las, questioná-las etc.

No que tange ao aprendizado, na Internet, as três futuras educadoras utilizam a rede e acreditam que é possível aprender matemática na rede, apesar de não tê-la utilizado para este fim. A idade das licenciandas variou entre 21 e 23 anos e, assim, não nos foi surpresa que as mesmas utilizassem a Internet para participar de redes sociais, para realizar consultas e pesquisas, assistir vídeos e escrever e-mails.

7.1.1 Interagindo chat 1: “Estamos tentando visualizar quais sequências são possíveis.”

Como descrito no capítulo anterior, os sujeitos tiveram um momento que denomino de ambientação, no qual eles são motivados a manipular livremente as ferramentas e conhecer o ambiente. Esse momento de ambientação teve uma duração de 20 minutos. Nele observamos a realização de desenhos variados e a descoberta de algumas ferramentas do VMT-Chat. A seguir, analisamos um fragmento das interações realizadas durante a ambientação:

Tabela 1 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas na ambientação (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
5	<i>alinets</i>	<i>Olá meninas.</i>
6	<i>alinets</i>	Sugiro que vocês conheçam o ambiente
7	<i>alinets</i>	E suas ferramentas
8	<i>alinets</i>	Podem usar o quadro branco livremente
9	<i>alinets</i>	<i>Luísa</i> consegue ver o que <i>Ester</i> está fazendo?
10	<i>Luísa</i>	Acho que sim
14	<i>Luísa</i>	<i>Ester</i> , pode me dizer o que você está fazendo?
15	<i>Luísa</i>	<i>Sofia</i> ta perdida?
16	<i>Sofia</i>	To aqui boba rs!
17	<i>Ester</i>	Estou testando as ferramentas
19	<i>Luísa</i>	Vocês estão fazendo arte ou testando as ferramenta Ainda não entendi!!!
20	<i>Ester</i>	As duas coisas kkk
21	<i>Sofia</i>	Estamos matando a curiosidade
22	<i>alinets</i>	É isso aí...
23	<i>alinets</i>	Primeiro gostaria que vcs conhecessem o ambiente
24	<i>alinets</i>	Percebem que o que cada uma faz no quadro branco aparece para todas?
25	<i>Ester</i>	Sim!!
26	<i>Ester</i>	Sim
28	<i>alinets</i>	Postarei uma atividade para vocês resolverem ok?
29	<i>Luísa</i>	Ok
30	<i>Ester</i>	Ok!

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Este fragmento apresenta parte da ambientação. As alunas não tiveram dificuldades com as ferramentas e perceberam (linha 25 e 26) que o quadro branco era compartilhado, uma das potencialidades deste ambiente virtual.

Na próxima página, ilustramos um *print screen* da tela no período de ambientação³⁰:

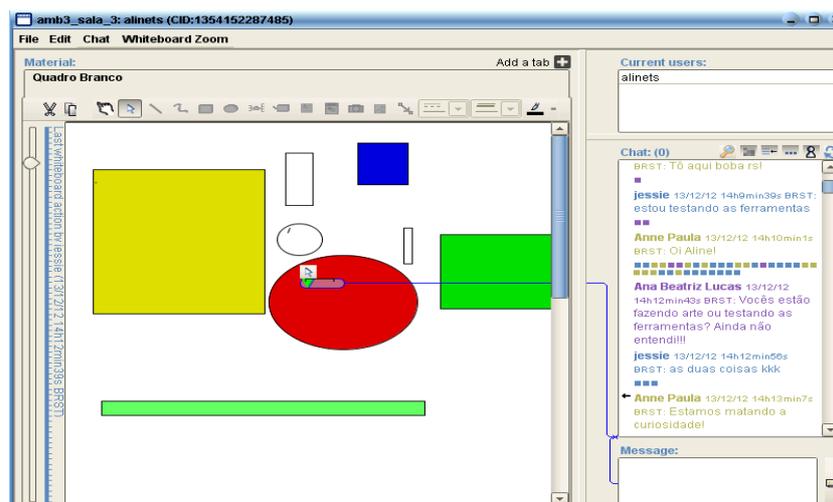


Figura 9 – Tela de um momento da ambientação

Fonte: Print screen da tela do VMT

³⁰Algumas linhas estão ocultas por serem cumprimentos, mensagens que avisam quem entrou na sala, ou seja, mensagens cujo conteúdo julgamos não ser o foco da nossa análise. Veja parte das transcrições na íntegra nos anexos.

Após a ambientação, a atividade virtual seguiu com a proposição da primeira tarefa selecionada. Na linha 28 (alinets) é possível verificar esse momento. Veja a seguir a tarefa (DELLA NINA et al., 2009):

Quadro 8 – Primeira tarefa proposta

Tarefa 1:

Um código é formado por figuras geométricas em sequência. Com um quadrado, um triângulo, um retângulo e um círculo queremos formar códigos diferentes. Quantos códigos diferentes podemos montar?

a) Com três figuras distintas?

b) Com três figuras distintas e o círculo no centro?

c) Com três figuras distintas, sendo o quadrado e o retângulo nas extremidades?

d) Com as quatro figuras?



Fonte: Adaptado de Della Nina, Menegassi e Silva (2009)

Logo após a postagem da tarefa, elas deram início a negociação para resolvê-la. Na próxima página ilustramos o fragmento do chat desta parte:

Tabela 2 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas no início da tarefa primeira negociação (*Ester, Sofia e Luísa*) (Continua)

Linha	Autor	Mensagem
51	<i>alinets</i>	Postei uma atividade, já visualizaram
52	<i>Luísa</i>	Sim
53	<i>Ester</i>	Sim!
54	<i>Sofia</i>	Agora sim
57	<i>Luísa</i>	<i>Ester</i> , já está pensando?
Tabela 2. Continuação		
58	<i>Ester</i>	Estou...
59	<i>Luísa</i>	Tá fazendo o que?
60	<i>Luísa</i>	<i>Sofia</i> não vejo as suas mensagens cadê vc?
61	<i>Sofia</i>	To desenhando gente
62	<i>Sofia</i>	<i>Ester</i> se eu estou no mesmo raciocínio q vc?
63	<i>Ester</i>	Está sim
64	<i>Luísa</i>	Não estou entendendo o que vocês estão fazendo, me expliquem?
65	<i>Ester</i>	Estamos tentando visualizar quais sequenciais são possíveis
66	<i>Luísa</i>	Agora entendi
67	<i>Sofia</i>	Sim, só não estou seguindo sequencia de cor
68	<i>Ester</i>	Não precisa
69	<i>Sofia</i>	Não é melhor fazer primeiro de uma figura depois de outra?

70	Sofia	Pra que a cor Ester?
71	Luísa	Meninas, não seria mais fácil se a gente, sabendo que iremos usar três figuras que só tem três lugares para elas se posicionarem
72	Luísa	Se multiplicar a quantidade de figuras pela quantidade de espaços que elas ocupariam?
73	Ester	Podemos tentar
74	Sofia	Ok
75	Sofia	Só que com desenho é melhor de visualizar

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Logo após a postagem da tarefa, as alunas começaram a refletir sobre ela, *Luísa* pergunta para *Ester* se ela está pensando e pergunta a *Sofia* o que está fazendo (linha 57 e 59). Nesse momento *Sofia* está tentando resolver sozinha desenhando no quadro branco (“To desenhando gente”) e faz referência ao quadro branco ao perguntar para *Ester* se está seguindo o mesmo raciocínio que ela (linha 62) que confirma em seguida (linha 63). Essa estratégia está explícito apenas no quadro branco, haja visto que elas não mencionaram no chat escrito como elas fariam para solucionar o problema. Por esta razão *Luísa* pede por explicação: “*Não estou entendendo o que vocês estão fazendo, me expliquem?*” (linha 64) para então ser explícito no chat escrito que elas (*Sofia* e *Ester*) estavam tentando visualizar as sequências possíveis.

Com o fragmento anterior observamos que as futuras professoras estavam criando uma série de desenhos para enxergar a formação dos códigos. *Sofia* desenhava as sequências sem ordenar e percebeu que poderia se perder na formação dos códigos, então ela pergunta se “*Não é melhor fazer primeiro de uma figura depois de outra?* (linha 69)”. Suas colegas não respondem, mas *Luísa* sugere outra estratégia que parece esboçar o Princípio Fundamental da Contagem (linha 71 e 72). *Ester* e *Sofia* acatam sua sugestão, contudo *Sofia* afirma que o desenho é melhor para visualização (linha 75).

O início da tarefa é um momento em que as discentes estudam o problema, observam as condições iniciais dadas e esboçam suas primeiras estratégias. Neste fragmento identificamos negociações geradas nas trocas discursivas³¹. Duas estratégias são encontradas: criação das sequências de códigos através dos desenhos das figuras e uma tentativa de esboçar o Princípio Fundamental da Contagem³². Nas linhas 71 e 72 observamos a emergência do Princípio Fundamental da Contagem.

A seguir o respectivo *print screen* da tela do chat, relacionado com o fragmento anterior:

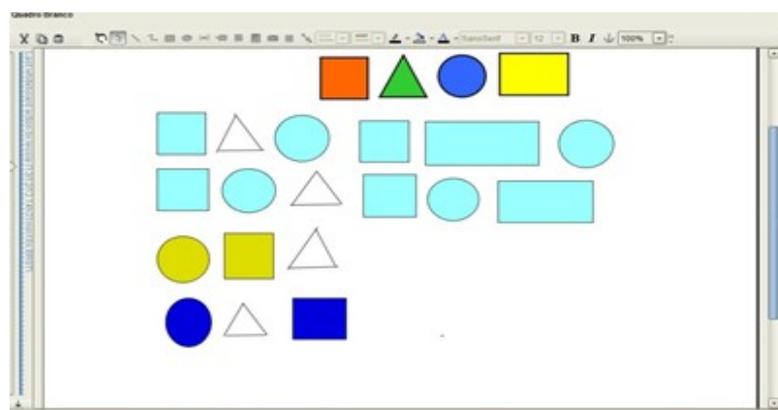


Figura 10 – Negociando uma estratégia

³¹ Entendo que no VMT as trocas discursivas são as interações expressas através do discurso escrito ou gráfico como desenhos, inserção de figuras no quadro branco, aberturas de caixa de texto etc.

³² Defino como esboço porque a aluna apresenta um erro no Princípio.

Prosseguindo com a interação, as alunas negociam que estratégias usariam para solucionar a tarefa:

Tabela 3 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas segunda negociação (*Ester, Sofia e Luísa*)
(Continua)

Linha	Autor	Mensagem
80	<i>Sofia</i>	Afinal o decidimos então?
81	<i>Ester</i>	Como vc está pensando <i>Luísa</i> ?
82	<i>Sofia</i>	<i>Luísa</i> dormiu
83	<i>Luísa</i>	Espera só mais um pouco acho que estou chegando a um resultado!
84	<i>Sofia</i>	Aqui não é facebook <i>Luísa</i> , mas compartilha com a gente sua ideia!!
86	<i>Sofia</i>	Acho que era melhor desenhar todas as possibilidades de um formato e depois de outro meninas!
87	<i>Sofia</i>	Pq está embolando tudo kkk.
88	<i>Luísa</i>	Assim, o quadrado pode ficar três vezes em primeiro lugar três vezes na segunda, e três vezes na terceira, como vai ocorrer tmb com o círculo e o triângulo certo????
89	<i>Sofia</i>	Sim.
90	<i>Ester</i>	Acho que sim
91	<i>Luísa</i>	Cada figura se repetirá na mesma posição 3 vezes certo?
92	<i>Ester</i>	Mas vejam os desenhos ³³
93	<i>Ester</i>	O quadrado já apareceu mais de três vezes na mesma posição
94	<i>alinets</i>	Humm.. legal <i>Ester</i>
95	<i>Luísa</i>	Eu não estou conseguindo acompanhar essa bagunça que as duas estão chamando de desenho
96	<i>Sofia</i>	Sugestão vamos desenhar tudo de novo?????????
98	<i>Ester</i>	Estou tentando organizar
101	<i>Sofia</i>	Bagunça kkkkk é puro raciocínio
102	<i>Sofia</i>	Acho que seria melhor desenhar todas as possibilidades do quadrado e depois que elas se esgotarem partimos para outro desenho!!!
Tabela 3. Continuação		
104	<i>Sofia</i>	Gente!!!!!!
105	<i>Sofia</i>	É melhor começar do zero !!!!!
106	<i>Sofia</i>	Estamos perdendo tempo!!!!
107	<i>Luísa</i>	Da para alguma das duas me explicar, estou só olhando desenhos enfileirados

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Nesta parte da negociação, *Sofia* pergunta às suas colegas qual a decisão elas tomarão para resolver (*linha 80*). O grupo havia concordado anteriormente que fariam o que foi sugerido por *Luísa* (*linha 71 e 72*). Por isso, *Ester* pede por esclarecimento (*linha 81*). Por aproximadamente 2 minutos *Luísa* não realiza qualquer movimentação no ambiente e pede: “*Espera só mais um pouco acho que estou chegando a um resultado!*”(linha 83). Esta postagem foi intrigante, visto que a

³³ Ênfase da autora.

discente passou por alguns minutos sem realizar inserções no quadro interativo e nem no chat escrito, supomos a utilização de papel e lápis pela aluna. Mas isso não agradou a sua colega *Sofia* que solicitou a colaboração “Aqui não é *facebook* *Luísa*, mas compartilha com a gente sua ideia!!!” (linha 84), fazendo uma comparação com as redes sociais. *Sofia* sugere novamente sua estratégia exposta anteriormente: “Acho que era melhor desenhar todas as possibilidades de um formato e depois de outro meninas!” (linha 86) e *Luísa* em seguida mostra a que conclusão chegou: “Assim, o quadrado pode ficar três vezes em primeiro lugar três vezes na segunda, e três vezes na terceira, como vai ocorrer tmb com o círculo e o triângulo certo????” (linha 88).

Após aproximadamente 6 minutos sem realizar intervenções no chat escrito, *Ester*, que estava fazendo inserções no quadro interativo, solicita que suas colegas observem os desenhos por ela criados (linha 92). Trata-se de uma lista de possibilidades (ainda incompleta) ilustrada através dos desenhos (figura 10), desta forma ela percebe que uma figura aparece mais que três vezes na mesma posição contradizendo a conclusão chegada por *Luísa*. Retornamos às mensagens gráficas e o desenho no quadro branco o qual ela se referia que segue abaixo:

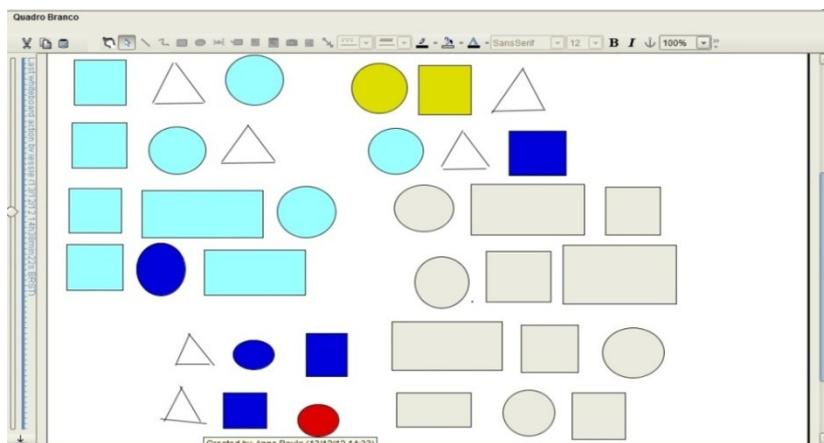


Figura 11 – Negociando outra estratégia: listagem de possibilidades
Fonte: Print screen da tela do ambiente

A estratégia utilizada por *Ester* era a listagem de possibilidades. O desenho feito por ela não fazia sentido para suas colegas (*Luísa*, linha 95 e *Sofia*, linha 96). *Sofia* sugere uma nova organização além de “começar do zero” (linhas 96 e 105) ou sugere novamente a estratégia mencionada por ela: “Acho que seria melhor desenhar todas as possibilidades do quadrado e depois que elas se esgotarem partimos para outro desenho!!!” (linha 102).

Observamos que tanto *Luísa* quanto *Ester* estavam buscando conclusões por conta própria. *Luísa* provavelmente estava usando papel e lápis permanecendo em silêncio (silêncio refere-se a não utilização dos espaços do ambiente virtual) por alguns minutos e *Ester* estava realizando as inserções no quadro branco sem fazer intervenções significantes no chat escrito. *Luísa* apresentou suas ideias que foram contestadas pelo contra-exemplo ilustrado por *Ester*, por outro lado *Luísa* não entende as seqüências desenhadas por *Ester* (linha 107). Por este motivo *Sofia* sugere que o grupo recomece a solução do “zero”, através de uma organização dos desenhos.

A seguir o próximo trecho do chat:

Tabela 4 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas terceira negociação (*Ester*, *Sofia* e *Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
108	<i>Sofia</i>	A <i>Ester</i> sumiu kkk!?
109	<i>Luísa</i>	O que é que está acontecendo neste quadro branco?
A aluna <i>Ester</i> estava aproximadamente 6 minutos interagindo apenas no quadro branco.		
110	<i>Sofia</i>	Enfileirado não, não, não organizado kk! A <i>Ester</i> abandonou a

		conversa!
111	<i>Luísa</i>	Que organização que não vejo
112	<i>Ester</i>	Tentei organizar mas são muitas possibilidades
113	<i>Sofia</i>	Então vamos pensar outra forma!
114	<i>Sofia</i>	Ou desenhar de forma organizada
116	<i>Sofia</i>	Primeiro todos de um formato até esgotar as possibilidades e depois outro formato!
117	<i>Sofia</i>	Entendeu <i>Luísa</i> ?
118	<i>Ester</i>	Acredito que cada forma pode repetir a mesma posição 6 vezes
119	<i>Ester</i>	O que acham?
120	<i>Luísa</i>	Não, esquece esses desenhos vamos usar números
121	<i>Ester</i>	Vou apagar alguns para ver se conseguem visualizar o que estou falando
122	<i>Sofia</i>	Ok

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Neste excerto, *Ester* tenta rearrumar as sequências a fim de explicar *Luísa*. *Luísa* faz referência às alterações feitas no quadro branco (*linha 109*). *Ester* percebe que são muitas possibilidades e tem dificuldade de organizá-las (*linha 112*). *Sofia* sugere reformular a estratégia: “*Primeiro todos de um formato até esgotar as possibilidades e depois outro formato!*” (*linha 116*). *Ester* afirma que cada figura pode aparecer na mesma posição 6 vezes (*linhas 118 e 119*) e pergunta o que suas colegas acham de sua conclusão. Mas *Luísa* insiste em argumentar que é melhor realizar cálculos ao invés de desenhar (*linha 120*).

Na linha 120, “*esquece esses desenhos vamos usar números*”, *Luísa* faz um argumento que nos chamou atenção. Ela desde o início da interação tem sugerido a realização de cálculos ao invés da criação de esquemas.

Este print screen da tela, retrata a tentativa da *Ester* de organizar os desenhos:

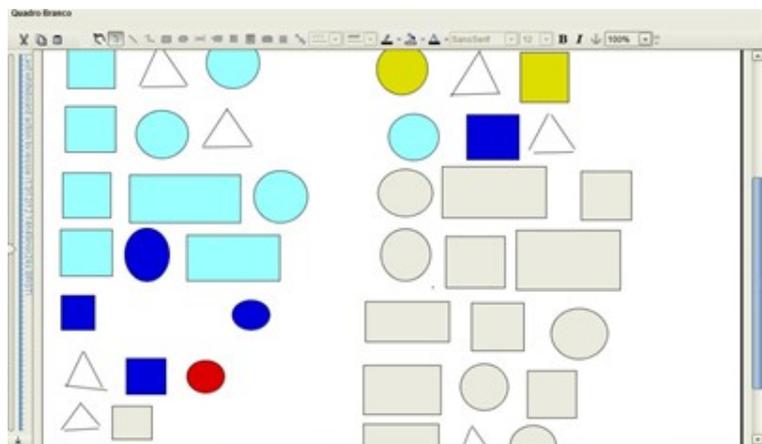


Figura 12 –Negociando a estratégia da listagem de possibilidades organizada

Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

Em seguida, *Ester* avisa que apagará alguns desenhos para que suas colegas vejam o que ela está pensando através de outro esquema. Abaixo segue mais um fragmento do chat:

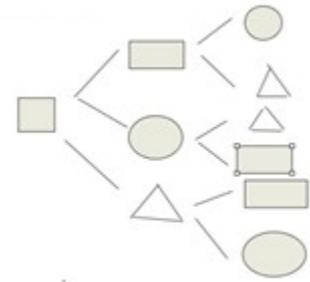


Tabela 5 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas recomeçando a solução (*Ester, Sofia e Luísa*) (Continua)

Linha	Autor	Mensagem
124	<i>Ester</i>	Viram que o quadrado aparece seis vezes no mesmo lugar?
125	<i>Sofia</i>	Sim
126	<i>Sofia</i>	Então quer dizer que cada figura faz seis combinações <i>Ester</i> ?
127	<i>Luísa</i>	Agora sim
128	<i>Sofia</i>	Como são seis combinações vezes 4 figuras a resposta sera 16x4?????
129	<i>Sofia</i>	Pensa povo!!!!
130	<i>Luísa</i>	Que? Da onde surgiu esse 16?
131	<i>Ester</i>	Estou pensando!!!
132	<i>Ester</i>	O 16 eu tbm não entendi
133	<i>Luísa</i>	Pensa falando <i>Ester</i>
134	<i>Sofia</i>	Ai meu pai socorro
135	<i>Ester</i>	Vc também né <i>Luísa</i>
136	<i>Luísa</i>	<i>Sofia</i> foca que 16 é esse?
137	<i>Sofia</i>	6 combinações x 4 figuras
138	<i>Sofia</i>	Dá 16 entendeu?
139	<i>Luísa</i>	TA LOUCA!!!!!!
140	<i>Ester</i>	Agora entendi
Tabela 5. Continuação		
141	<i>Sofia</i>	To louca ou to certo ou ta meio certa kkk!
142	<i>Luísa</i>	4x6=24????
143	<i>Ester</i>	Kkk
144	<i>Luísa</i>	É MAIS O RACIOCÍNIO ESTÁ CERTO?!

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Com o novo esquema da *Ester*, todas perceberam que cada figura permite 6 combinações como destacado por *Luísa* (linha 126). Por um descuido na hora de calcular *Sofia* fez o cálculo com “16” que seu grupo não entendeu (*Luísa*, linha 130 e *Ester*, linha 132). Afirmando que “6 combinações x 4 figuras dá 16”, *Luísa* a questiona dizendo “4x6=24????” (linha 142).

Parece que elas começaram a se entender. Inicialmente suponhamos um erro de digitação da aluna *Sofia* ao dizer que a resposta “seria 16x4????” (linha 128) pois na linha 137, ela corrige dizendo que era “6 combinações x 4 figuras”, porém como resultado da operação ela conclui que daria 16, fazendo *Luísa* questioná-la (linha 142).

O próximo fragmento mostra que apesar delas caminharem para um consenso, ainda não se sentem seguras para justificar a solução negociada pelo grupo:

Tabela 6 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas negociando a nova estratégia (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
148	<i>Ester</i>	Acho que já descobri a letra c.
149	<i>Sofia</i>	Mas a letra A minha filha kk!
150	<i>Ester</i>	Eu sei...
152	<i>Luísa</i>	Meninas pensem são 6x o quadrado esta na 1ª posição e se ele estiver no meio não serão outras 6x????
153	<i>Luísa</i>	Estou ainda na letra a
154	<i>Ester</i>	Acho que sim <i>Luísa</i>
155	<i>Sofia</i>	Também kk
156	<i>Sofia</i>	Vamos desenharrrr
157	<i>Luísa</i>	Nãooooo
158	<i>alinets</i>	Meninas vcs estão indo bem...
159	<i>alinets</i>	Desenhar com o quadrado na primeira posição
160	<i>Sofia</i>	<i>Ester</i> se vc não dialogar sobre o seu raciocínio ficaremos até amanhã kkkkkk! Amanhã temos aula!
161	<i>Luísa</i>	Pensa mulher! Se a figura pode aparecer seis vezes em cada uma das três posições sem se repetir...
162	<i>Sofia</i>	Sim Aline então seria melhor desenhar as outras possibilidades
163	<i>alinets</i>	Vcs que sabem... vê qual é o melhor para visualizar

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Elas ainda estavam negociando a solução, mas *Ester* (linha 148) mostra que estava pensando no item c da tarefa.

Luísa continua na tentativa de solucionar com números. Quando *Sofia* sugere desenhar (linha 156) ela contra-argumenta em seguida (linha 157). Decido intervir (linha 158) na interação, motivando para que elas prossigam com o raciocínio. Apesar de *Luísa* contestar o uso dos desenhos, certamente eles auxiliariam na visualização do resultado.

A seguir o esquema criado por *Ester* para justificar o seu raciocínio:

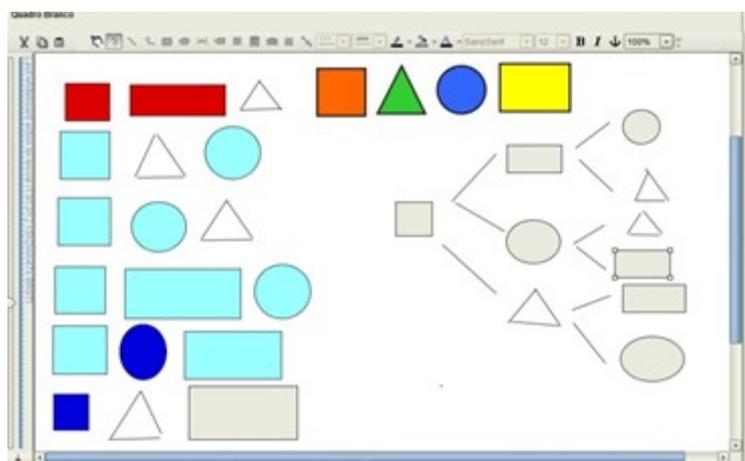


Figura 13 – Listagem de possibilidades ou árvore de possibilidades

Fonte: Print screen da tela do ambiente

Um esquema de *Ester* já estava pronto, mas suas colegas não conseguiam interpretar o que ele significava. A seguir, o próximo trecho:

Tabela 7 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas entendendo o novo esquema (*Ester, Sofia e Luísa*) (Continua)

Linha	Autor	Mensagem
165	<i>Sofia</i>	Ai pai será que é 6x3
166	<i>Luísa</i>	... acho eu que por exemplo seria o quadrado aparecendo seis vezes em três posições, ou 6x3
167	<i>Ester</i>	Meninas com o quadrado na frente temos seis possibilidades
168	<i>Sofia</i>	Pois, o quadrado aparece 6 vezes com cada uma das outras 3 figuras
169	<i>Luísa</i>	Chegamos a msm conclusão, estamos nos entendendo
172	<i>Sofia</i>	Acho que é 6x3 na letra A
173	<i>Sofia</i>	CONCORDA
174	<i>Luísa</i>	Não estamos falando só do quadrado e as outras figuras???
175	<i>Luísa</i>	Não são quatro?
176	<i>Luísa</i>	Cadê a <i>Ester</i> ???
177	<i>Sofia</i>	Procura kkkkkkk
179	<i>Luísa</i>	Ela ta só no rabisco
180	<i>Sofia</i>	A <i>Ester</i> está desenhando as possibilidades
181	<i>Luísa</i>	É pq a desaparecida só desenha, aqui não é print não <i>Ester</i>
182	<i>Ester</i>	Estou tentando me lembrar como calcula isso
186	<i>Ester</i>	Estou usando o desenho pra ver se fica mais fácil
187	<i>alinets</i>	Agora falta apenas 2 esquemas certo?
188	<i>Sofia</i>	To dizendo a mais de 1 hora que desenhando é melhor de entender povo!!!!
189	<i>Luísa</i>	Em silêncio???
Tabela 7. Continuação		
190	<i>Sofia</i>	Calma gente aki não é MMA K! ³⁴
191	<i>Ester</i>	Eu sei é que estou colocando todas as possibilidades

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Este fragmento negociativo retrata o grupo tentando chegar a um consenso. Porém, ele se caracteriza por uma predominância de trocas discursivas entre *Luísa* e *Sofia* (linhas 168-181). *Ester* ficou sem interagir no chat escrito por aproximadamente 4 minutos, fazendo apenas uso do quadro interativo. Suponhamos que ela não concordava com as afirmações das colegas, mas gostaria de ter certeza de seu argumento antes de se pronunciar. Essa postura participativa não agradou *Luísa*, na linha 189 ela diz: “*Em silêncio???* Compartilha com o grupo as ideias, vc não está sozinha na sala”. Este chat que tem características que promovem a colaboração e pode gerar essa insatisfação quando os participantes percebem que o colega está manipulando as ferramentas do ambiente isoladamente, sem esclarecer o que pretende fazer. *Ester* se retrata dizendo: “*Eu sei é que estou colocando todas as possibilidades*” (linha 191).

A seguir, temos o momento que *Ester* amplia seu esquema:

Tabela 8 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas ampliando e generalizando o esquema (*Ester, Sofia e Luísa*)

³⁴MMA significa *Multiple Marcial Arts* foi dito pela aluna fazendo uma comparação com a discussão realizada entre suas colegas por colaboração, compartilhamento das ideias. *Kkkk* é um modo de discurso eletrônico geralmente utilizado para expressar a risada.

Linha	Autor	Mensagem
193	<i>Ester</i>	Se observarem fiz as possibilidades de termos o retângulo na primeira posição
194	<i>Ester</i>	E depois tem a do quadrado
195	<i>Ester</i>	E até então temos 12 possibilidades
196	<i>Ester</i>	Então se colocassem o círculo e depois o triângulo, teríamos mais 12
197	<i>Sofia</i>	Então o retângulo aparece 6x em cada posição, ok?
198	<i>Ester</i>	Sendo assim a resposta poderia se 24
199	<i>Sofia</i>	Ok <i>Ester</i>
200	<i>Sofia</i>	Entendi

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

A aluna *Ester* pede novamente que suas colegas vejam seu esquema (linha 193). Ela fez todas as possibilidades para o retângulo iniciando na primeira posição e depois testou para o quadrado. Percebendo que cada uma resultava em 6 códigos diferentes e juntas formavam 12 possibilidades de códigos, generalizou o total de possibilidades sabendo que faltava testar para mais duas figuras (círculo e triângulo). O *print* da tela que exemplifica esse fragmento está ilustrada a seguir:

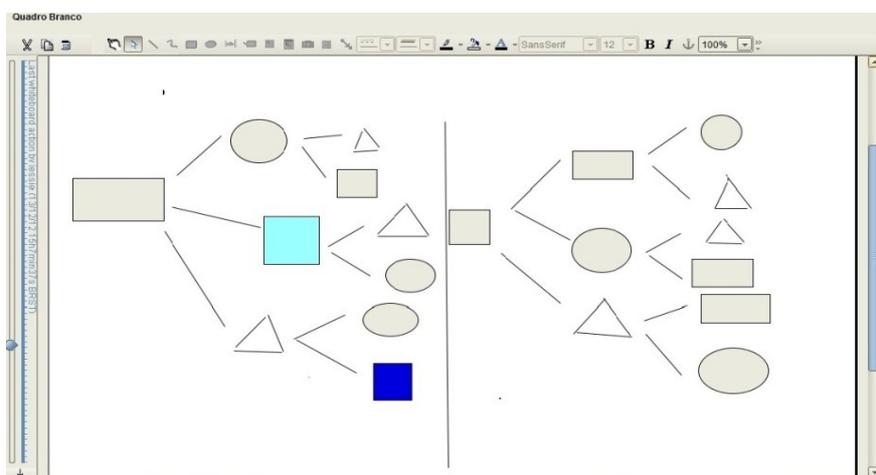


Figura 14 – Explicando a segunda heurística observada: árvore de possibilidades
Fonte: Print screen da tela do ambiente

Nesse momento, a aluna *Ester* reorganizou o desenho mantendo a estratégia de árvore de possibilidades. Porém, antes de terminar os esquemas de todas as soluções ela fez uma relação da quantidade de possibilidades com as duas organizações esquemáticas (esquema iniciando com o retângulo e um outro iniciando com o quadrado resulta em 12 possibilidades) e, então, ampliou para o que faltava “Então se colocassem o círculo e depois o triângulo, teríamos mais 12” (linha 196).

Mesmo com a ideia de generalizar a solução a partir do esquema, *Luísa* não entende os “desenhos”, como mostrado no excerto a seguir:

Tabela 9 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas explicando o novo esquema (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
201	<i>Sofia</i>	Então a letra A é 24.

202	<i>Sofia</i>	???????????
203	<i>Luísa</i>	Novamente me perdi no raciocínio de vocês, não entendo esses desenhos então me expliquem passo a passo, por favor
204	<i>Luísa</i>	Acho que sim
205	<i>alinets</i>	Humm.. legal! E a <i>Luísa</i> ?
206	<i>Sofia</i>	<i>Luísa</i> ???????
207	<i>Ester</i>	Acompanhe as “setas” de cada figura
208	<i>Luísa</i>	Não adianta trocar a cor
209	<i>Luísa</i>	Eu não estou acompanhando de onde surgiram esses números
210	<i>Ester</i>	Era pra ver se vc conseguia entender melhor
211	<i>Luísa</i>	Que pensamento vocês estão tendo? Que 24 é esse?
212	<i>Ester</i>	O retângulo permite 6 combinações
213	<i>Sofia</i>	Eu acho que é 24 e vc <i>Ester</i> ?
214	<i>Ester</i>	Com ele na primeira opção, certo?
215	<i>Ester</i>	Depois o quadrado também?
216	<i>Ester</i>	6+6=12
217	<i>Ester</i>	Não desenhei os outros mas seria a mesma coisa, e o círculo tbm
218	<i>Ester</i>	São 4 vezes 6

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Apesar de terminado parte do esquema e generalizado para as outras figuras (*linha 217*), *Luísa* não entendia o que aquelas árvores de possibilidades significavam (*linhas 203 e 211*). *Ester* apresentou o resultado de três maneiras diferentes: 1) através da árvore de possibilidade explícita no quadro branco (figura *linha 207*), 2) através do princípio aditivo, onde ela percebeu que fixando cada figura no início do código possibilitava 6 combinações diferentes e poderia realizar a soma de $6+6+6+6$ (*linha 216*) e 3) através do princípio multiplicativo, derivada da estratégia anterior, encontraria o resultado multiplicando 6 combinações x 4 opções de figuras geométricas (*linha 218*).

O próximo trecho mostra *Luísa* tentando entender as conclusões de *Ester*:

Tabela 10 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas entendendo o novo esquema (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
219	<i>Luísa</i>	Deixa eu ver se entendi...
220	<i>Luísa</i>	Cada figura aparecerá 6x em cada posição
221	<i>Luísa</i>	Sendo elas três certo??
222	<i>Luísa</i>	Totalizando 18 ok??
223	<i>Ester</i>	Se seguirmos esse raciocínio sim
224	<i>Sofia</i>	Então não é 24?
225	<i>Luísa</i>	Se são quatro figuras teríamos $4 \times 18 = 72$???
226	<i>Ester</i>	Tenta fixar um figura em uma posição e ver suas possibilidades
227	<i>alinets</i>	<i>Ester</i> porque vc não termina de fazer os esquemas, talvez ajude as meninas a visualizarem
228	<i>Ester</i>	Ok
229	<i>Luísa</i>	Pera a resposta é 24???
230	<i>Sofia</i>	Acho melhor mesmo facilitar!! Como disse desde o começo!!
231	<i>Luísa</i>	Alguem pode me responder se é 24 a resposta?
232	<i>Ester</i>	Eu acho que sim
233	<i>Luísa</i>	Pq se for é só me explicar como chegou a esse número. Eu não vou entender com esses desenhos nem adianta
234	<i>Sofia</i>	Achava que sim mais agora vou ter que ver de novo!

Fonte: Transcrições das mensagens escritas geradas pelo VMT-Chat

Luísa tenta entender que cada figura aparecerá 6 vezes em cada posição e como o código é formado por 3 figuras logo seriam 18 possibilidades (linha 222), contudo temos 4 figuras disponíveis para formar esses códigos.

Ester novamente explica sua estratégia “Tenta fixar um figura em uma posição e ver suas possibilidades” (linha 226). Mais uma vez fiz uma intervenção, pedi que Ester terminasse o esquema com todas as árvores de possibilidades (linha 227). Acredito que minha intervenção fez Luísa desconfiar que seu raciocínio não estava adequado e então pediu confirmação do resultado para a partir do resultado entender o processo (linha 233).

Enquanto isso Ester fazia o terceiro esquema, como ilustra o *print screen* da tela na próxima página:

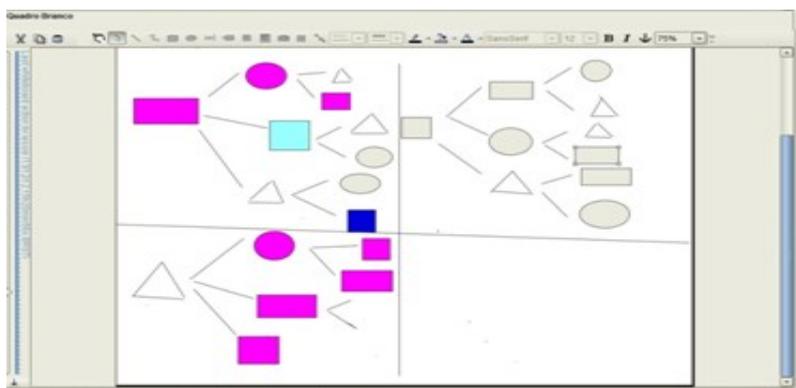


Figura 15 – Elaborando as árvores de possibilidades do problema
Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

Terminado os esquemas, Ester pede que suas colegas vejam o quadro branco, a seguir o fragmento que mostra esse momento:

Tabela 11 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas explicando novamente o esquema (Ester, Sofia e Luísa)

Linha	Autor	Mensagem
235	Ester	Mas quero que vejam como estou pensando para ver se concordam
236	alinets	Meninas a Ester desenhou através de um esquema as possibilidades conseguem ver?
237	Luísa	Ester, me diz se eu entendi que cada figura aparece 6x aí vc multiplicou po 4 que é o número de figuras certo? Agora eu entendi!!! Era só me dizer isso. Era assim que estava pensando?
238	Ester	Não era bem isso
239	Sofia	Pelo que entendi seria 24 também!
240	Sofia	Kkkk tá é o q?
241	alinets	Meninas não é exatamente que cada figura aparece 6 vezes
242	alinets	Observem o primeiro esquema
243	alinets	A Ester conseguiu desenhar todas as possibilidades iniciando por retângulo
244	Sofia	Vai desenhar no quadro Ester!!!!
245	Ester	Kkkkk
246	Ester	Sem graça
247	alinets	Por exemplo o primeiro código: retângulo+...
248	Sofia	RESPOSTA DA LETRA A É 24.

Com a afirmativa: “Mas quero que vejam como estou pensando para ver se concordam” (linha 235, Figura 15), Ester faz referência ao esquema feito no quadro branco. Luísa quer entender através dos números como chegou ao resultado de 24 possibilidades e então percebe que cada figura consegue se arranjar 6x e por ter 4 opções de figuras, temos $6 \times 4 = 24$ (linha 237).

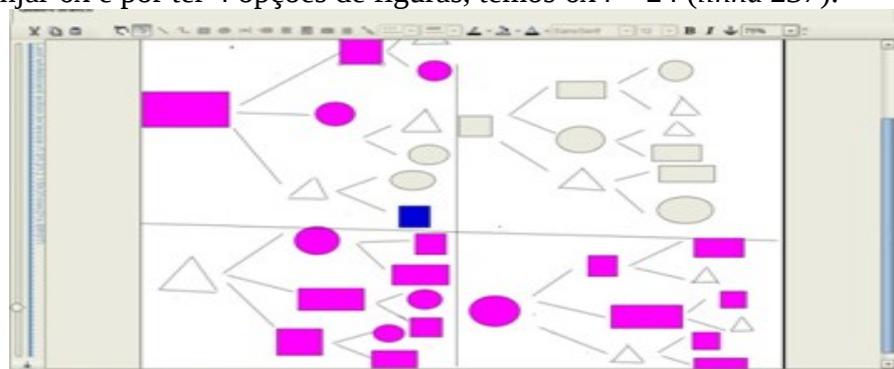


Figura 16 – Esquema completo: árvores de possibilidades
Fonte: Print screen da tela do ambiente

Após a negociação para solucionar o primeiro item, o grupo segue para as próximas etapas da tarefa a seguir (linha 249):

Tabela 12 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas próximos passos (Ester, Sofia e Luísa)
(Continua)

Linha	Autor	Mensagem
249	Sofia	AGORA VAMOS PARA B
250	Luísa	Que venha a letra b
251	Ester	Se olharmos o desenho
252	Ester	Acho que são 3
253	Sofia	SIM
254	Luísa	Me mostrem, contei mais que 3
255	Ester	Onde?
256	Sofia	Ester acho que não pode círculo com círculo???!
257	Ester	Não
258	Ester	Pq elas não podem repetir
259	Luísa	Ester, querida não precisa ser sucinta nas respostas pode se estender eu não me importo
260	Sofia	Então na primeira banda seria 3 ok
262	Ester	Conte os círculos azuis
263	Ester	São as possibilidades onde ele estão no centro
264	Luísa	Ester, se a gente pensar assim...
265	Sofia	Ester seria 2 a resposta então??!
266	Ester	Não eu vejo 3
267	Luísa	Na 1ª casa podem ter 3 figuras
268	Sofia	Ta 3 ok
269	Sofia	A respostas da letra B é 3 ok povo???
270	alinets	Procurem direitinho
271	Ester	Bom, eu acredito que sim
272	Ester	Vamos ver
273	Sofia	Hiiiiii
274	Luísa	São 2 opções o círculo certo

275	Luísa	E na terceira casa 2 possibilidades certo???
276	Sofia	Seria 2
277	Ester	Achei
Tabela 12. Continuação		
278	Luísa	Então $3 \times 1 \times 2 = 6$
279	Ester	São 6
280	Luísa	Certo?
281	Sofia	Porque na primeira banda de desenhos tem circulo com círculo!
282	Ester	Não, veja no esquema retângulo
283	Ester	Pode ser retângulo-circulo-triângulo
284	Sofia	Ok
285	Luísa	Todas de acordo???
286	Ester	Depois retangulo-circulo-quadrado
287	Ester	Consertei o que estava errado <i>Sofia</i>
288	Sofia	Kkkkk sabia rsrs
289	Ester	E pq não consertou
290	Sofia	Então dá 4
291	Ester	Acho que dá 6
292	Sofia	É 6.
293	Sofia	Já vi.
294	Luísa	Eu tbm acho que dá 6.
295	Ester	Então é 6 né?
296	Luísa	Ta bom não precisa colorir
304	Sofia	A RESPOSTA DA LETRA B É 6????!!
305	Sofia	Simmmmm

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Com o esquema pronto, *Ester* sugere que suas colegas observem o esquema (*linha 251*) e encontrem as possibilidades de códigos onde os círculos estão no meio (*linha 263*). *Ester* encontra 3 possibilidades (*linhas 252 e 266*). Na *linha 278*, *Luísa* apresenta um argumento que ainda não tinha aparecido na interação através do uso do Princípio Fundamental da Contagem: “Então $3 \times 1 \times 2 = 6$ ” em seguida pergunta se todas estão de acordo (*linha 285*), mas não deixa pistas de como chegou a este argumento. Obviamente, em algum momento da sua vida escolar elas já tiveram contato com esse conteúdo matemático, podendo resgatar da sua experiência prévia para solucionar a atividade. Outro aspecto que não pode ser descartado é que a interação é online, possibilitando acessos a outros sites de busca.

Para justificar a sua solução, *Ester* utiliza as ferramentas de colorir do VMT. Apesar de *Luísa* afirmar que “não precisa colorir” (*linha 296*) ajudou na visualização das possibilidades do item *b*. Em destaque as possibilidades que tem o círculo no meio estão pintadas de verde, como mostra a figura abaixo:

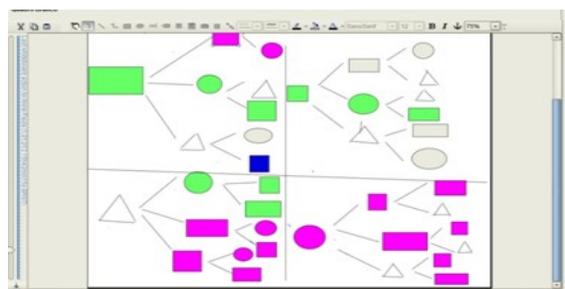


Figura 17 – Solucionando o segundo item colorindo de verde

Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

O próximo excerto em sequência trata-se do item c da tarefa.

Tabela 13 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas solucionando o terceiro item (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
306	<i>Sofia</i>	Vamos para C?!
307	<i>Luísa</i>	Ok.
308	<i>Ester</i>	Acho que são 4
309	<i>Sofia</i>	Pq 4?
310	<i>Luísa</i>	Eu achei 2
311	<i>Ester</i>	Vejam no esquema do retângulo
312	<i>Sofia</i>	2 ACHO!
313	<i>Ester</i>	Tem duas possibilidades de ter o quadrado na outra extremidade
314	<i>Ester</i>	E no quadrado tbm tem 2
315	<i>Luísa</i>	E no centro <i>Estertbm</i> tem duas possibilidades para cada figura restante certo?
316	<i>Sofia</i>	4 ACHEI
317	<i>Ester</i>	Temos que achar apenas as possibilidades com o quadrado e o retângulo nas extremidades
318	<i>Ester</i>	Vou colorir de novo eim...
319	<i>Sofia</i>	Pinta Ester que a Luísa vai entender melhor!
320	<i>Luísa</i>	Já entendi!!!
321	<i>Sofia</i>	A resposta da C é 4!
322	<i>Luísa</i>	Simmmm
323	<i>Ester</i>	E, então todas concordam com 4
324	<i>Ester</i>	Ok!
325	<i>alinets</i>	Boa!
326	<i>Sofia</i>	SIMMmm
327	<i>Sofia</i>	Raciocinei certo com o círculo ?
328	<i>Ester</i>	Sim
329	<i>Sofia</i>	Vai <i>Luísa</i> desenha!!!

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Neste fragmento, o grupo discute o item c. *Ester* argumenta que são 4 possibilidades, *Sofia* a questiona e *Luísa* encontra 2 possibilidades. Então, *Ester* faz referência mais uma vez ao esquema elaborado no quadro branco (*linha 311*). Para que elas visualizem *Ester* sugere o uso das ferramentas de colorir do VMT-Chat. *Luísa* alega já ter entendido (*linha 320*) então *Ester* pergunta se todas concordam com a resposta (*linha 323*).

Marcas do discurso são interessantes para analisar a colaboração do grupo. Em todo momento da negociação elas se perguntam se todas concordam (*linha 323*), se entenderam (*linha*

327), pedem para explicar, convocam todo o grupo para solucionar (*linha 306 e 311*).

No *print screen* da tela abaixo mostra as quatro possibilidades de ter o quadrado e o retângulo nas extremidades colorido de rosa claro por *Ester*:

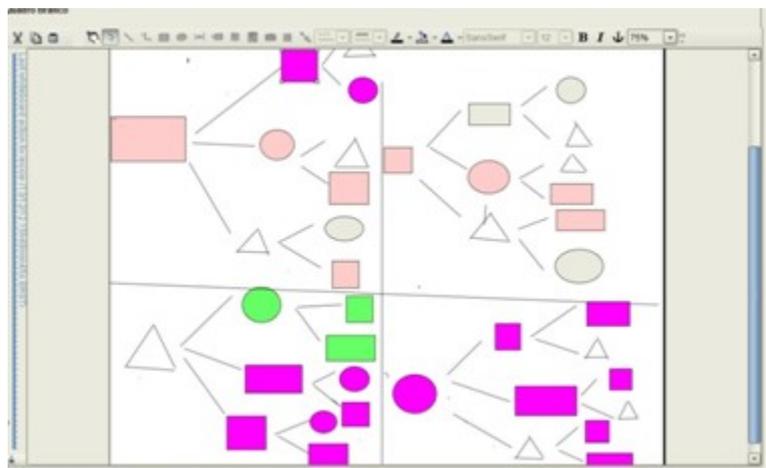


Figura 18 – Solucionando o terceiro item colorindo de rosa claro
 Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

Concluído o item c, o grupo passou para última tarefa. Este penúltimo excerto retrata as últimas negociações:

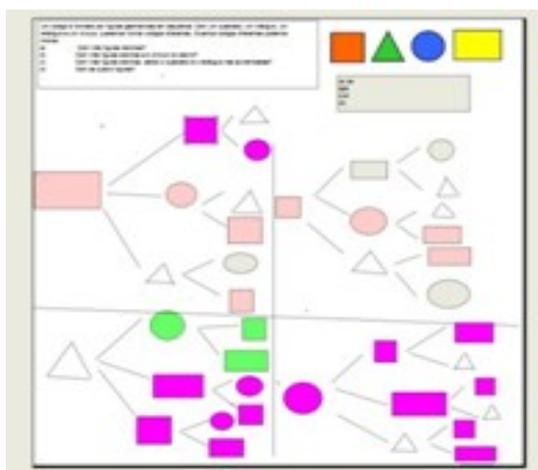
Tabela 14 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas solucionando o quarto item (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
333	<i>Ester</i>	Gente não sei se vocês repararam que não alterou a quantidade de possibilidades de termos retângulo na 1ª posição
334	<i>Sofia</i>	SIM
335	<i>Ester</i>	Sendo assim
336	<i>Ester</i>	Podemos seguir com a mesma lógica da letra a
337	<i>Ester</i>	4x3x2x1=24
338	<i>Sofia</i>	Ok
339	<i>Luísa</i>	Acho que sim!
340	<i>Ester</i>	Então é isso?
341	<i>Luísa</i>	Simmmm
342	<i>Sofia</i>	Acho que sim!
343	<i>Ester</i>	Ok!

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Com todo o esquema feito, *Ester* percebeu que mesmo aumentando uma opção de figura a sequência do código não mudaria a quantidade de códigos formados fixando uma figura na primeira posição, argumentando que o resultado seria o mesmo do item a (*linha 336*). Na linha 337, aparece novamente o Princípio Fundamental da Contagem, mas em nenhum momento do chat elas o definiram dessa maneira. *Ester* pergunta mais uma vez se o grupo está de acordo (*linha 340*) e com a afirmação de todas finalizam a tarefa.

A última tela realizada pelo grupo está ilustrada a seguir na próxima página:



- a) 24
- b) 6
- c) 4

Figura 19 – Tela final do ambiente com a tarefa solucionada

Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

Neste último fragmento, questiono o grupo se elas estão certas da solução (*linha 345*), veja em sequência:

Tabela 15 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas confirmando a solução (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
344	<i>alinets</i>	Mt bom meninas!!
345	<i>alinets</i>	E aí estão certas disso?!
346	<i>Luísa</i>	Eis a questão
347	<i>Alinets</i>	Kkkkkkk
349	<i>Ester</i>	Acho que é isso
350	<i>Luísa</i>	Sim
351	<i>Sofia</i>	Vamos apoiar a nossa amiga genio da matemática
352	<i>Ester</i>	Kkkkk
353	<i>Sofia</i>	Sim acho que é isso mesmo
354	<i>Ester</i>	Até parece... k!
355	<i>Sofia</i>	Anda <i>Luísa</i> concorda ou não?
356	<i>Sofia</i>	Então terminamos

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Elas afirmam timidamente que sim e *Sofia* diz estar apoiando sua amiga gênio da matemática (*linha 351*). Não nos surpreendemos por esta afirmação, notamos durante toda a interação que havia uma liderança exercida por *Ester*, a qual todas se reportavam a ela, se importavam com a opinião dela e pediam para que ela explicasse seu raciocínio. Observamos que elas valorizam as ideias levantadas por *Ester*. Na linha 356, *Sofia* escreve: “Então terminamos”, outra marcação que demonstra o quanto o grupo estava imerso na resolução do problema e concluíram juntos.

Outro momento de análise do primeiro chat mais específica do quadro branco foi observarmos o processo de solução das alunas através das alterações desenvolvidas na tela compartilhada.

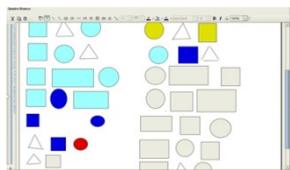
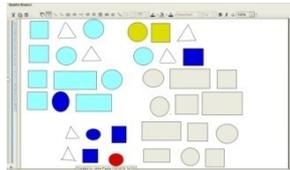
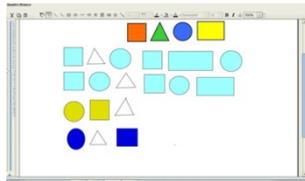
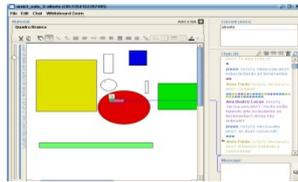
Organizamos a sequência das telas nos momentos destacados nesta análise e elaboramos um esquema. Acreditamos que ele sintetiza o processo realizada pelo grupo no quadro branco durante o primeiro chat e está disposto a seguir:

Quadro 12 - Esquema com a seqüência das telas do chat 1

Ambientação

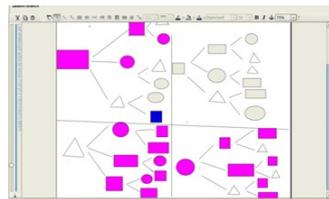
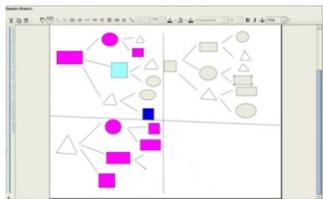
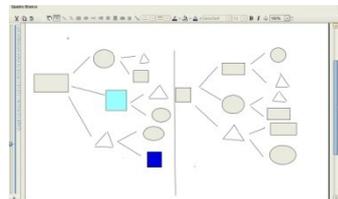
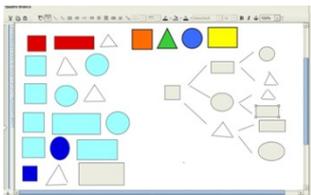
Desenvolvimento da listagem de possibilidades

Primeira heurística: listagem de possibilidades

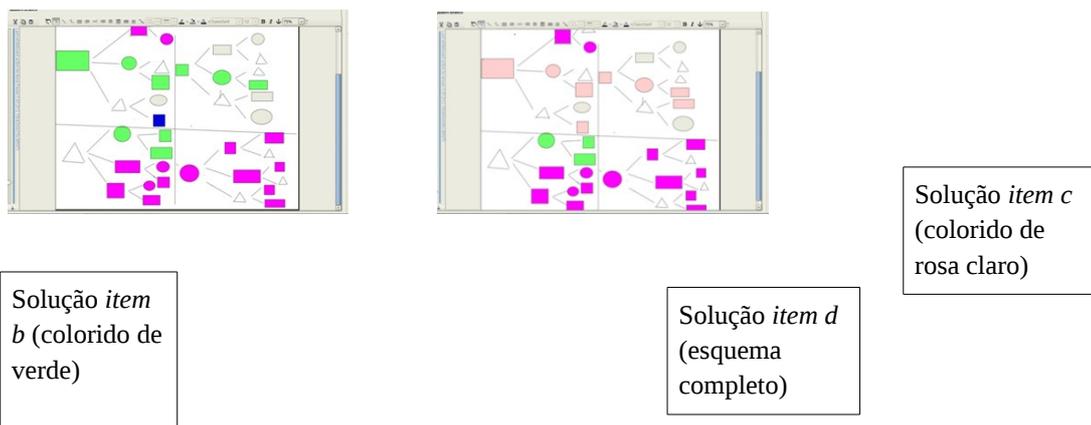


Criação da árvore de possibilidades e tentativa de generalização por Ester

Negociação de estratégias: listagem de possibilidades organizada ou árvore de possibilidades



Solução item a



Fonte: Elaborado pela autora.

Este esquema mostra todo o processo realizado pelas alunas durante essa primeira sessão. Na primeira figura (*print screen* da tela) temos a representação do momento de ambientação, momento que julgamos importante, pois os aprendizes conhecem, exploram, aprendem sobre o ambiente virtual e suas ferramentas livremente.

Na segunda figura, a tarefa já tinha sido postada e o grupo estava negociando a estratégia para solucionar o problema. A listagem de possibilidades surge como estratégia e os esquemas são desenvolvidos pelo grupo. Em um momento elas percebem que são muitas possibilidades e que essa lista precisa estar organizada para que elas não se percam nas possibilidades. A aluna *Ester* sugere um novo esquema, mais conhecido por árvore de possibilidades (em nenhum momento elas chamaram desta forma) e que é elaborado por ela fixando primeiro o retângulo e o quadrado na primeira posição e depois ela amplia para as outras figuras restantes.

Após terminar o esquema e solucionar o primeiro item da tarefa, o grupo percebeu que os outros itens poderiam ser encontrados a partir deste último esquema e aproveitaram as ferramentas de colorir do VMT-Chat para justificar as suas soluções.

7.1.2 Interagindo chat 2: “Gente to tentando seguir no pensamento do outro exercício”

Na semana seguinte, aconteceu o chat 2. A tarefa proposta está descrita a seguir:

Quadro 9 - Tarefa da segunda sessão

Tarefa 2:
 Dispondo das frutas laranja, maçã, abacaxi, melão e mamão, de quantas maneiras diferentes podemos preparar uma salada de frutas?

- usando três frutas diferentes?
- usando três frutas sendo que uma delas é laranja?
- Usando três frutas, mas não escolhendo o abacaxi?
- Usando quatro frutas?
- Usando as cinco frutas?

Fonte: Della Nina, Menegassi e Silva (2009)

Quando as licenciandas acessaram o ambiente, a tarefa já estava postada. Veja o fragmento do chat no momento do início da atividade 2:

Tabela 16 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas início da tarefa 2 (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
8	<i>Sofia</i>	Vamos começar!?!
9	<i>Ester</i>	Oie
10	<i>Sofia</i>	Olá
11	<i>Luísa</i>	Já leram povo?
12	<i>Sofia</i>	Já
13	<i>Sofia</i>	Olá
14	<i>Sofia</i>	Já, agora vamos tentar fazer
15	<i>Luísa</i>	Meu Deus já estão surgindo os desenhos!!
16	<i>Sofia</i>	Já desenhei a maçã

Fonte: transcrição gerada pelo VMT-Chat

Não foi necessário fazer nenhuma consideração do que era pra fazer, logo no início das interações já houve o convite para colaboração: “Vamos começar!?!”, “agora vamos tentar fazer” (*linhas 8 e 14*). Afinal elas já conheciam o ambiente virtual, sabiam que o trabalho continuaria e estavam plenamente envolvidas na atividade, tanto que compareceram a todos os encontros marcados. No próximo excerto, *Luísa* diz já ter encontrado a resposta (*linha 27*) o que foi surpreendente já que elas tinham acabado de iniciar o chat:

Tabela 17 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas da segunda sessão (*Ester, Sofia e Luísa*)

Linha	Autor	Mensagem
27	<i>Luísa</i>	Já achei a resposta
28	<i>Luísa</i>	Acho eu!!
29	<i>Ester</i>	Então fale...
30	<i>Luísa</i>	Acho que é 6!
31	<i>Sofia</i>	Já...!!!
32	<i>Sofia</i>	Desenha com a gente <i>Luísa!</i>
33	<i>Ester</i>	Mas pq?
34	<i>Luísa</i>	Então me de a legenda
35	<i>Sofia</i>	As cores representam as frutas
36	<i>Sofia</i>	Entendeu <i>Luísa!</i>
38	<i>Luísa</i>	Pq primeiro só podemos usar três frutas dps duas e depois uma
41	<i>alinet</i>	Mas não se esqueça que temos 5 opções de frutas

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Luísa justifica: “Pq primeiro só podemos usar três frutas dps duas e depois uma” (*linha 38*). Decidi fazer uma intervenção, lembrando o grupo que ao total são 5 opções de frutas (*linha 41*). Durante este momento, segue abaixo a tela vinculada a esta parte da interação:

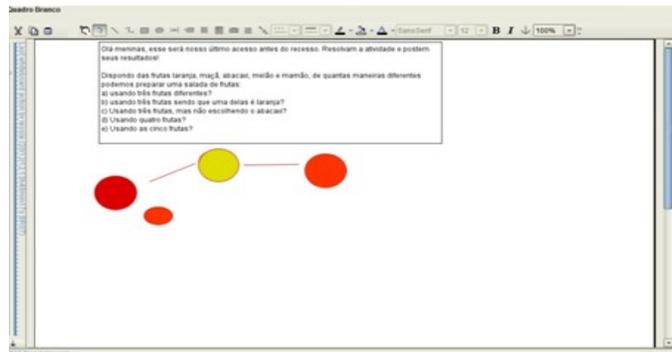


Figura 20 – Início da segunda tarefa
 Fonte: Print screen da tela do ambiente

O grupo ainda estava organizando suas estratégias e tentando relacionar os procedimentos usados para solucionar a tarefa 1, realizada na semana anterior, com esta nova tarefa.

Veja o fragmento na próxima página:

Tabela 18 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas negociando uma estratégia (Ester, Sofia, Luísa e Liah)

Linha	Autor	Mensagem
48	Liah	Me digam os esquemas que vcs fizeram?
49	Liah	São as três frutas diferentes?
50	Liah	No esquema?
Tabela 18. Continuação		
56	Ester	Gente to tentando seguir no pensamento do outro exercício
57	Sofia	Liah as bolas são as frutas
59	Liah	É acho que segue naquela lógica também
60	Liah	To fazendo no papel
61	Ester	Começamos com 5 opções de frutas
62	Luísa	Dps 4 dps 3
64	Ester	Isso
66	Ester	Será que é 5 x 4 x 3
68	Liah	60?
69	Luísa	Acho que sim
70	Ester	Tbm acho
71	Liah	O que vcs acham?
72	Sofia	60 pq?
73	Liah	Pq começamos com 5 frutas
74	Liah	5
75	Liah	Dps4
76	Liah	Dps3
77	Liah	5 x 4 x 3
78	Luísa	Igual a 60

Fonte: transcrição gerada pelo VMT-Chat

Ester diz que está tentando fazer correlações com a tarefa 1 (linha 56). "Será que é 5x4x3" através do Princípio Fundamental da Contagem, Ester propõe essa solução e chega a um resultado que é bem querido por suas colegas (linha 69 e 78). Porém, o resultado não é compreendido por Sofia que questiona (linha 72).

Enquanto isso, no quadro branco, são feitas inscrições de uma árvore de possibilidades, como a que elas fizeram na outra atividade, veja a seguir a figura:

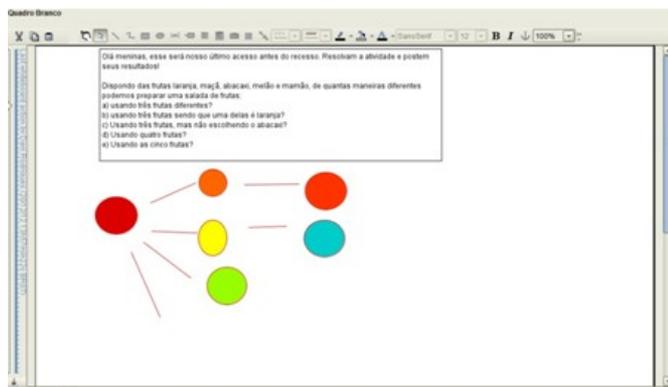


Figura 21– Construindo a árvore de possibilidades
 Fonte: Print screen da Tela do ambiente

O próximo fragmento do chat mostra as graduandas concordando com o resultado.

Tabela 19 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas: negociando uma resposta (*Ester, Sofia, Luísa e Liah*)

Linha	Autor	Mensagem
83	<i>Luísa</i>	Ta todo mundo de acordo?
84	<i>Liah</i>	A a) ta certa?
Tabela 19. Continuação		
85	<i>Liah</i>	Acho que sim
86	<i>Luísa</i>	Penso eu que sim
91	<i>Ester</i>	Acho que sim
92	<i>Alinets</i>	Então vcs encontraram 60, certo?
94	<i>alinets</i>	Mas vamos pensar numa coisa
95	<i>Luísa</i>	Certo!
96	<i>Alinets</i>	A salada de frutas formada por laranja, maçã e abacaxi é a mesma formada por abacaxi, laranja e maçã?
97	<i>Liah</i>	Não
98	<i>Sofia</i>	Hum... povo pensando!!
99	<i>Luísa</i>	Hummm, acho que sim

Fonte: transcrição gerada pelo VMT-Chat

Todas as alunas estavam de acordo com o resultado encontrado. Decidi intervir questionando sobre as saladas de frutas formadas: “A salada de frutas formada por laranja, maçã e abacaxi é a mesma formada por abacaxi, laranja e maçã?” (*linha 96*). Minha intenção era que percebessem que no cálculo que elas fizeram as formações repetidas estavam sendo contabilizadas. Meu questionamento gerou um momento de reflexão como descrito na linha 98, “Hum... povo pensando!!”. Então, elas prosseguiram e concluíram:

Tabela 20 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas: tentando usar a mesma estratégia da tarefa 1 (*Ester, Sofia, Luísa e Liah*)

Linha	Autor	Mensagem
106	<i>Liah</i>	É a mesma coisa

107	Liah	Eu acho
108	Luísa	Eu também
109	Luísa	Ester quer ajuda?
110	Liah	Ester q vcta fazendo?
112	Ester	Estou tentando fazer o que fizemos com os desenhos, mas com os nomes
113	Luísa	Acho que fica mais claro
114	Liah	A Ester hoje não vai desenhar... ela quer escrever rs!
116	Ester	Não ficaram reclamando.. kkkk
119	Sofia	Quem é a criatura que está fazendo loucos desenhos na tela???!!!
121	Sofia	É tu né Luísa! Kkkk
126	Luísa	Eu não
127	Luísa	É a Liah
130	Sofia	O que a nossa visitante Liah vai pensar da gente
131	Liah	Sou eu não
132	Luísa	Era sim no desenho fica gravado quem fez

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Liah e Luísa afirmam que “é a mesma coisa” (linhas 106 e 108). Enquanto isso ocorre mais inscrições no quadro branco e no chat escrito as indagações: “Ester quer ajuda?” e “Ester q vc ta fazendo?” (linha 109, Luísa e linha 110, Liah) mostram que algo estava sendo feito por Ester e elas tentavam entender o que era. Ester, na linha 112, responde: “Estou tentando fazer o que fizemos com os desenhos, mas com os nomes”. Vejamos a criação da lista de possibilidades de maneira textual no quadro branco:

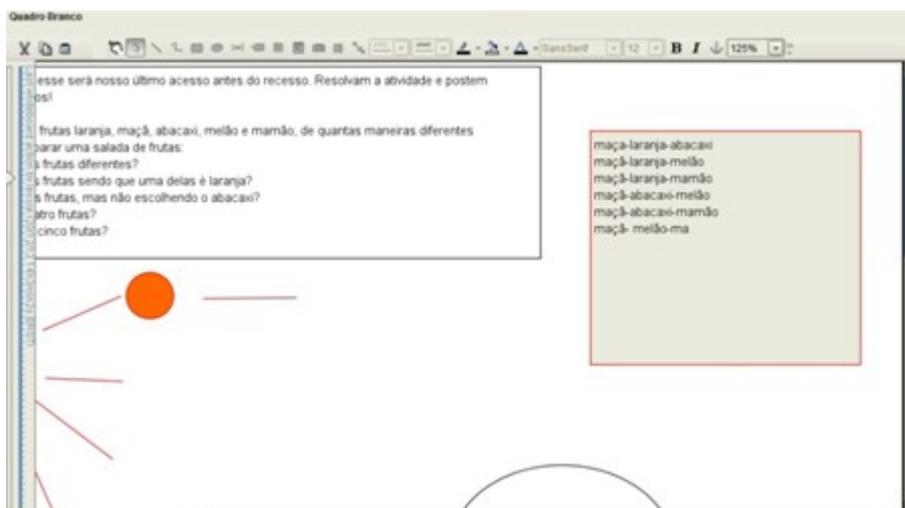


Figura 22– Criando uma listagem de possibilidades

Fonte: Print screen da tela do ambiente

<p>Maça-laranja-abacaxi Maça-laranja-melão Maça-laranja-mamão Maça-abacaxi-melão Maça-abacaxi-mamão Maça-melão-ma</p>
--

Após terminar a lista de possibilidades com nove combinações, *Ester* pede para suas colegas verificarem se há mais alguma combinação possível (*linha 139*):

Tabela 21 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas criando a lista de possibilidades (*Ester, Sofia, Luísa e Liah*)

Linha	Autor	Mensagem
138	<i>Ester</i>	Meninas acho que só podemos ter essas combinações que escrevi
139	<i>Ester</i>	Vejam se há mais alguma
140	<i>Luísa</i>	Quer dizer que cada fruta aparece seis vezes?
141	<i>Liah</i>	Alinetsajudaa
149	<i>alinets</i>	Antes vcs encontraram 60 possibilidades
150	<i>alinets</i>	Essas continuam algumas repetidas
151	<i>Liah</i>	Sim
152	<i>Alinets</i>	Segundo a <i>Ester</i>
153	<i>Alinets</i>	Cada uma aprece seis vezes... estaria faltando alguma?
154	<i>Liah</i>	Parece que não mas to confusa
155	<i>Luísa</i>	Sim, laranja-melão-mamão
156	<i>Luísa</i>	Eu não
157	<i>Liah</i>	Foram para 10
158	<i>Ester</i>	Isso

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Luísa diz que falta “laranja-melão-mamão” (*linha 155*) e *Ester* concorda (*linha 158*). A seguir a tela do VMT que ilustra este momento:

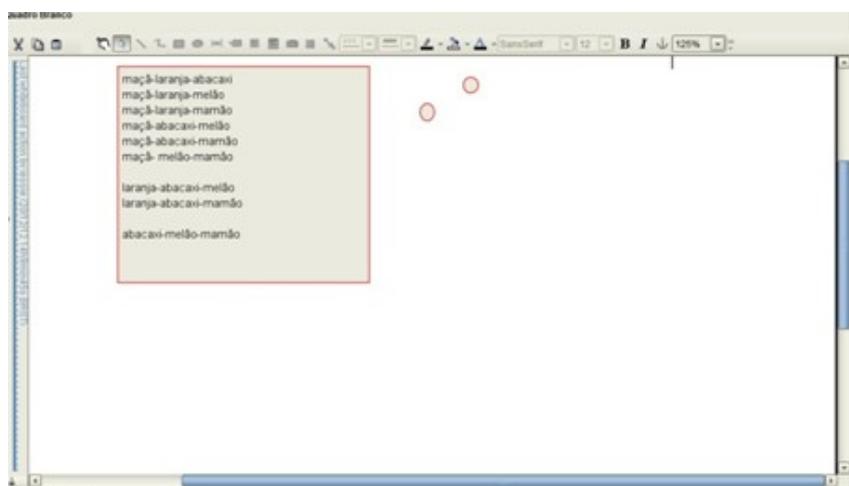


Figura 23– Desenvolvendo a listagem de possibilidades

Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

<p>maçã-laranja-abacaxi maçã-laranja-melão</p>
<p>maçã-laranja-mamão maçã-abacaxi-melão maçã-abacaxi-mamão</p>

maçã-melão-mamão
laranja-abacaxi-melão
laranja-abacaxi-mamão
abacaxi-melão-mamão

A lista criada por *Ester* apresenta 9 combinações antes de *Luísa* perceber que faltava uma combinação para compor a lista: “laranja – melão- mamão”. Notamos que a lista foi criada seguindo uma lógica. Primeiro, *Ester* fixou a maçã na primeira posição e laranja na segunda posição neste formato ela tem três opções (5 frutas ao total – 2 fixadas = 3 opções restantes) de combinações que seria a quantidade restante de frutas.

maçã – laranja – 1ª opção
maçã – laranja – 2ª opção
maçã – laranja – 3ª opção

Depois, ela continuou a construir a lista com a maçã na primeira posição e usou uma das frutas que estavam por último na combinação, neste caso o abacaxi. Como o abacaxi já tinha combinado com laranja então sobraram 2 opções de frutas para ocupar o último espaço da combinação:

maçã- abacaxi – 2ª opção
maçã- abacaxi - 3ª opção

Por último, ela continuou fixando a maçã na primeira posição e teve que combinar as opções restantes:

maçã- 2ª opção – 3ª opção

Neste caso a 2ª opção era o mamão e a 3ª opção o melão.

Agora ela decidiu fixar na primeira posição a laranja, e precisava combinar sem deixar que repetisse alguma anterior então fixou também o abacaxi na segunda, que ainda não tinha combinado com laranja:

Laranja- abacaxi – melão
Laranja-abacaxi- mamão
Laranja-melão- mamão

Por último, ela fixou o abacaxi na primeira posição, como todos os anteriores já estariam se repetindo, faltaria apenas o melão e o mamão, últimas opções:

Abacaxi- melão-mamão

É possível perceber essa construção, principalmente pela organização da lista. Notamos que ela fixou na ordem e depois de fazer as 6 primeiras combinações ela deu um espaço entre uma linha e outra, antes de começar fixando o laranja na primeira posição e assim sucessivamente.

Depois de adicionar a combinação que faltava, o grupo seguiu para o item b da tarefa como mostra o próximo fragmento:

Tabela 22 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas: negociando o segundo item (*Ester, Sofia, Luísa e Liah*) (Continua)

Linha	Autor	Mensagem
188	Liah	Vamos para b
189	Sofia	Ok a letra A resolvida
193	Luísa	Não é só copiar do quadro ao lado?
209	Ester	Então meninas, vejam se há outra possibilidade
211	Liah	Acho que foi
212	Ester	Então são 6?
213	Liah	Acho que simm
214	Luísa	sim
215	Liah	Sofia?
216	Liah	O que você acha?
219	Sofia	Ok

Fonte: transcrição gerada pelo VMT-Chat

“Vamos para b” (linha 188) Liah convida o grupo para solucionar o próximo item e Luísa sugere que basta copiar do quadro com a lista completa (linha 193). Elas percebem que são 6 possibilidades e todas concordam (linhas 213, 214 e 219). Utilizam a ferramenta do VMT para abrir uma outra caixa de texto e insere as combinações possíveis a partir do item a. Vejamos a tela correspondente a seguir:

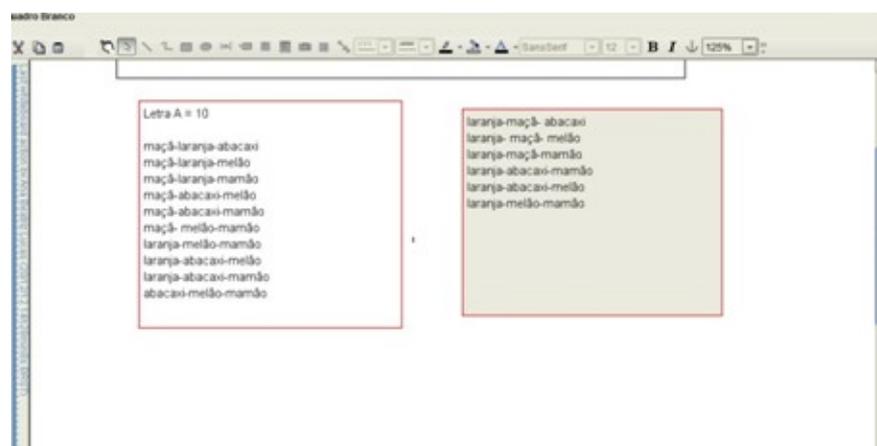


Figura 23 – Solucionando o segundo item

Fonte: Print screen da tela do ambiente

Em seguida elas prosseguem para o item c:

Tabela 23 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas: negociando o terceiro item (Ester, Sofia, Luísa e Liah)

Linha	Autor	Mensagem
226	Sofia	Vamos para c
227	Liah	Vamos sim
228	Ester	Não pode ter abacaxi
229	Sofia	Mas não pode abacaxi na C
230	Luísa	JÁ TIREI
231	Liah	Ok
232	Sofia	Ok
233	Liah	Foi??

234	<i>Liah</i>	Acho q é só isso na C então?
236	<i>Liah</i>	Acho que foi!

Fonte: transcrição gerada pelo VMT-Chat

Sofia convida o grupo a solucionar o item c (*linha 226*). A estratégia por elas empregada já está estabelecida. Usando a mesma lógica anterior elas estão aproveitando a lista construída inicialmente para solucionar o restante da tarefa. Enquanto *Luísa* edita o quadro, *Ester* e *Sofia* identificam que uma das possibilidades na lista que *Luísa* está escrevendo, está com “abacaxi”, alertando-a quanto ao erro. *Luísa* responde em letras maiúsculas “JÁ TIREI” (*linha 234*). As letras maiúsculas funcionam como um modelo no discurso eletrônico para representar um destaque, uma ênfase, um falar mais alto. Interessante que o grupo está chegando aos resultados sem muitas trocas discursivas no espaço escrito. As modificações estão ocorrendo mais no quadro branco como, por exemplo, na *linha 234 Liah* pergunta: “acho q é só isso na C então?”, observando apenas as mensagens escritas não conseguimos entender o que *Liah* se refere, mas dá para perceber que faz alusão ao quadro branco, a um espaço que todas estão compartilhando da mesma imagem. Na página seguinte o *print screen* da tela:

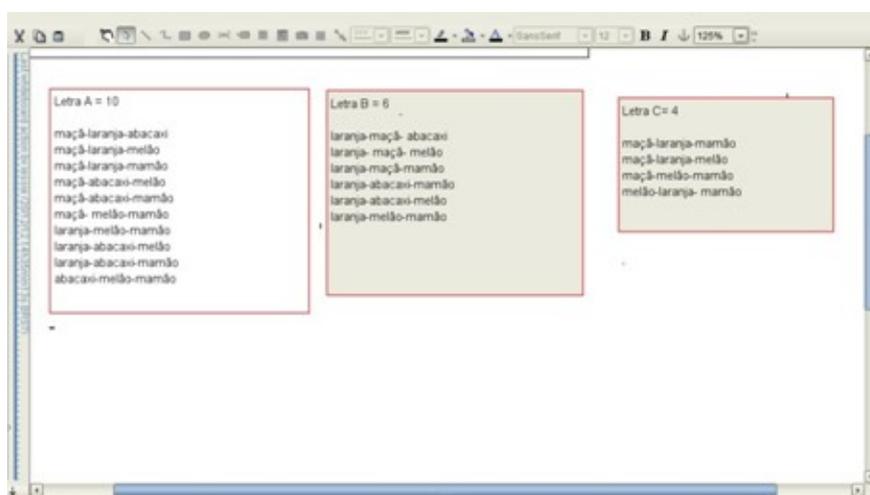


Figura 24– Listas de possibilidades com a solução dos itens *a*, *b* e *c*
Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

Finalmente o grupo segue para o último item. Vejamos as mensagens escritas no excerto a seguir:

Tabela 24 – Fragmento da transcrição das mensagens escritas: solucionando o último item (*Ester, Sofia, Luísa e Liah*) (Continua)

Linha	Autor	Mensagem
240	<i>Liah</i>	Vamos para d
249	<i>Liah</i>	Tem mais gente
250	<i>Luísa</i>	Acertei gente?
252	<i>Liah</i>	Aonde?
253	<i>Sofia</i>	Gente, quem <i>Liah</i> ? Onde?
254	<i>Luísa</i>	No quadro a ultima que apagaram
255	<i>Sofia</i>	Ata RS
257	<i>Liah</i>	Sou euu
258	<i>Liah</i>	A 4 vale ou não?
265	<i>Luísa</i>	<i>Ester</i> repetiu
266	<i>Liah</i>	A ultima esta repetida

267	<i>Liah</i>	Aonde <i>Luísa</i> ?
270	<i>Luísa</i>	Já apagaram
273	<i>Liah</i>	Acho q foi
274	<i>Liah</i>	O que vcs acham?
277	<i>Liah</i>	Acabou
279	<i>Sofia</i>	Ok
282	<i>Ester</i>	Ok

Fonte: Transcrição gerada pelo VMT-Chat

Esta última transcrição foi surpreendente. Lendo apenas as mensagens escritas é difícil entender a comunicação entre as participantes, parecem mensagens desconexas. Mas como elas estão interagindo também pelo quadro branco, é preciso investigar os dois espaços comunicativos. Na linha 254, *Luísa* menciona que a resposta estava no quadro e na linha 266 *Liah* avisa: “a última esta repetida”. Na linha 274 *Liah* pergunta o que suas colegas acham e elas respondem que “acabou” e está “ok” (277, 279 e 282). Todas essas mensagens fazem referência a alterações que estavam sendo realizadas no quadro interativo.

Como solução final, elas apresentaram cinco quadros com lista de possibilidades de cada item. Veja a respectiva tela do quadro branco:

Letra A = 10

maçã-laranja-abacaxi
maçã-laranja-melão
maçã-laranja-mamão
maçã-abacaxi-melão
maçã-abacaxi-mamão
maçã- melão-mamão
laranja-melão-mamão
laranja-abacaxi-melão
laranja-abacaxi-mamão
abacaxi-melão-mamão

Letra B = 6

laranja-maçã- abacaxi
laranja- maçã- melão
laranja-maçã-mamão
laranja-abacaxi-mamão
laranja-abacaxi-melão
laranja-melão-mamão

Letra A = 10

maçã-laranja-abacaxi
maçã-laranja-melão
maçã-laranja-mamão
maçã-abacaxi-melão
maçã-abacaxi-mamão
maçã- melão-mamão
laranja-melão-mamão
laranja-abacaxi-melão
laranja-abacaxi-mamão
abacaxi-melão-mamão

Letra B = 6

laranja-maçã- abacaxi
laranja- maçã- melão
laranja-maçã-mamão
laranja-abacaxi-mamão
laranja-abacaxi-melão
laranja-melão-mamão

Letra C = 4

maçã-laranja-mamão
maçã-laranja-melão
maçã-melão-mamão
melão-laranja- mamão

Letra C = 4

maçã-laranja-mamão
maçã-laranja-melão
maçã-melão-mamão
melão-laranja- mamão

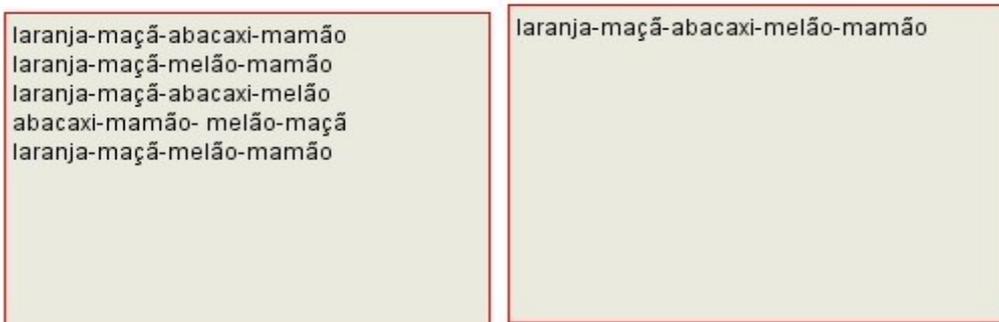
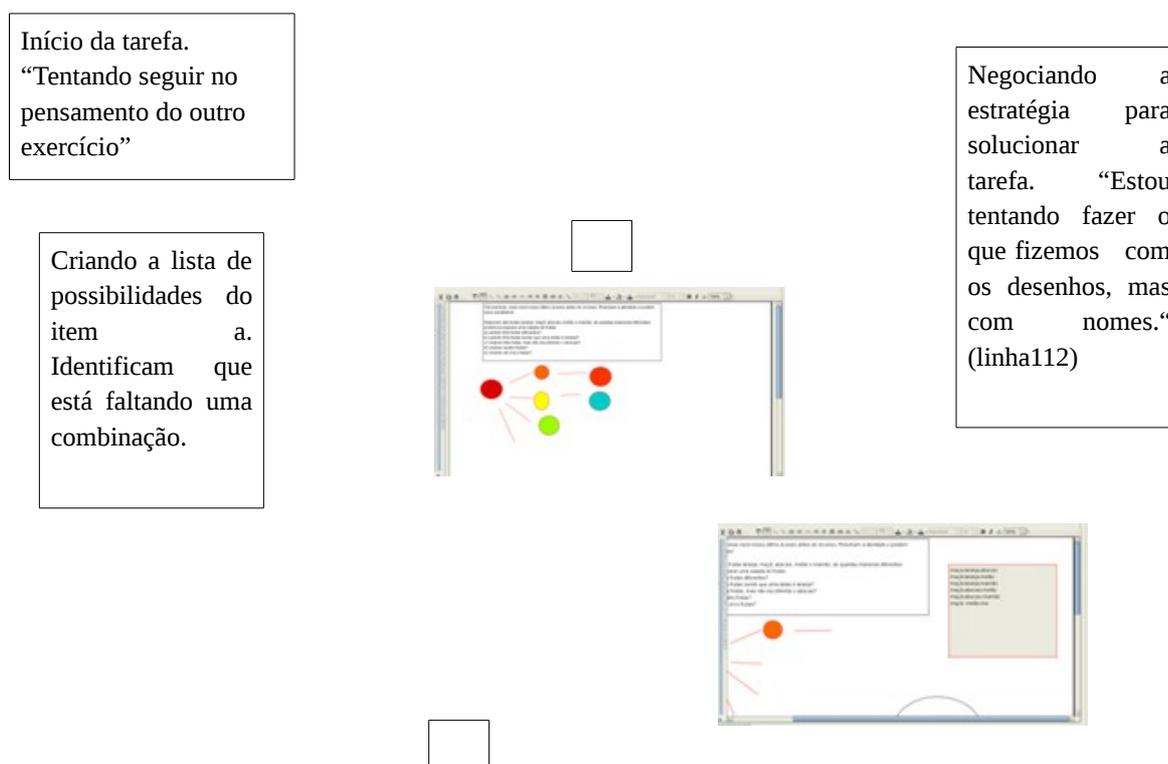


Figura 25 – Solução final apresentada
 Fonte: *Print screen* da tela do ambiente

Após solucionar o primeiro item, elas resolveram os itens seguintes rapidamente. A quantidade de mensagens escritas diminuiu, mas as interações no quadro branco aumentaram. Para solucionar esta segunda tarefa, elas resgataram as ideias utilizadas para solucionar o primeiro problema, como por exemplo: “*Gente to tentando seguir no pensamento do outro exercício*” (linha 56) e “*Estou tentando fazer o que fizemos com os desenhos, mas com os nomes*” (linha 112). Percebemos nestas últimas mensagens a importância que os dois espaços promovem na interação, isto reforça a ideia que estes espaços são vistos como uma conjunção, onde um não é mais importante que o outro como destacado por Salles e Bairral (2012) em outras análises. As licenciandas estavam imersas na interação e faziam referências as alterações no quadro branco espontaneamente de maneira que mesmo sem ficar bem explícito no chat escrito ao que exatamente elas se referiam, todas do grupo estavam entendendo, a comunicação e o diálogo funcionavam como, por exemplo, na tabela 24 anteriormente apresentada.

Analisando o processo de solução das alunas através das telas do quadro branco, elaboramos o seguinte esquema:

Quadro 13 - Esquema telas do VMT chat 2



Solução apresentada: lista de possibilidades item *a*, *b* e *c*.

Solução apresentada: lista de possibilidades item *a* e *b*



Solução final apresentada.

Fonte: Elaborado pela autora.

Este esquema apresenta a trajetória de solução realizada no quadro branco pelas alunas. Diferente do primeiro chat, não houve a necessidade de ambientação e assim que elas acessaram a sala virtual já perguntaram pela tarefa. Logo no início começaram a negociar a estratégia a ser utilizada e tentaram relacionar a solução com o mesmo modelo utilizado no primeiro chat. Perceberam que a quantidade de possibilidades seria muito grande para fazer árvores de possibilidades. Mudaram de estratégia e optaram por uma lista de possibilidades com nomes ao invés de desenhos. Após solucionarem o primeiro item, perceberam que os outros itens eram subconjuntos da primeira lista. Então abriram outras caixas de textos no quadro branco e copiaram as outras soluções respeitando as restrições exigidas.

CAPÍTULO VIII - FINALIZANDO

8 É HORA DE ESCREVER UMA SOLUÇÃO

A sessão virtual está chegando ao fim, mas não precisa se preocupar se o resultado final está correto ou não, o mais significativo é toda construção feita no ambiente, as estratégias utilizadas, os questionamentos e argumentos gerados. De qualquer maneira é importante dizer a que solução chegou após toda interação. Nessa parte faremos algumas reflexões acerca dos resultados encontrados.

8.1 Reflexões Finais

Essa pesquisa esteve centrada em elencar algumas contribuições do VMT-Chat para o aprendizado matemático de licenciandos em Pedagogia na discussão online de tarefas envolvendo o raciocínio combinatório. A seguir, respondemos cada um dos três objetivos específicos da investigação.

8.1.1 A implementação de tarefas introdutórias da análise combinatória com futuras educadoras no VMT-Chat

Implementamos atividades de combinatória que se encaixam com a resolução de problemas. Segundo Cai e Lester (2012) tarefas matemáticas na resolução de problemas devem ter o potencial de proporcionar desafios que melhorem o desenvolvimento matemático dos alunos. Com base nas atividades realizadas de maneira presencial, com alunos do ensino médio, como relatado por Della Nina e colaboradoras (2009), selecionamos e adaptamos tais atividades para implementá-las com licenciandas do curso de pedagogia. Acreditamos que estes problemas se enquadrem na classe de problemas que “valem a pena”, pois identificamos alguns critérios propostos por Cai e Lester (2012). Por exemplo, a exigência de níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas, problemas que contribuem para o desenvolvimento conceitual, o problema cria oportunidades para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e suas dificuldades à enfrentar. Como se trata de um chat junto a uma tarefa que encoraja o envolvimento e o discurso dos alunos, promove o uso habilidoso da matemática e proporciona a oportunidade de praticar habilidades importantes.

Pelo que observamos, a resolução de problemas de combinatória contribui para formação matemática das futuras educandas que poderão utilizar tais tarefas em suas atividades profissionais com alunos desde a Educação Infantil como defendido por Souza e Lopes (2012).

No tocante ao raciocínio combinatório, podemos destacar que as atividades e a maneira como foram conduzidas no chat privilegiou a criatividade e espontaneidade no momento da resolução, sem mecanização dos procedimentos e fórmulas. Na análise do processo interativo, duas estratégias de resolução usuais foram observadas: a árvore e a listagem de possibilidades, conforme ilustrado em cada uma das figuras seguintes.

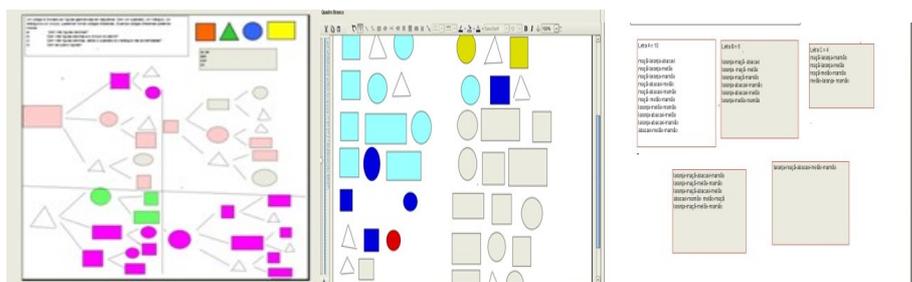


Figura 27 -Estratégias observadas: Árvore de possibilidades e lista de possibilidades
 Fonte: *Print screen* do ambiente

Contudo, não podemos deixar de destacar que outras estratégias do raciocínio emergiram no processo, como por exemplo, a busca por regularidades (“Estamos tentando visualizar quais sequenciais são possíveis” *Ester*, linha 65), a observação de casos particulares (“Não é melhor fazer primeiro de uma figura depois de outra?” *Sofia*, linha 69), verificação de todas as possibilidades para um caso (“Acho que seria melhor desenhar todas as possibilidades do quadrado r depois que elas se esgotarem partimos para outro desenho!!!” *Sofia*, linha 102).

8.1.2 A análise do processo de solução das tarefas pelas graduandas

A análise do processo de solução dos sujeitos da pesquisa é algo bastante peculiar quando se trata de um chat em que podemos visitar e revisitar os passos dados, isto é, a tomada de decisões do grupo frente a resolução de um problema matemático. Notamos que por vezes elas recorreram a uma experiência prévia com aquele problema que provavelmente aconteceu em suas vidas escolares. Elas utilizaram estratégias diversas e com um percurso não linear, repleto de negociações em uma construção hipertextual coletiva. Marcas no discurso escrito foram destacadas que evidenciaram a colaboração e a coletividade estabelecida pelo grupo. Mensagens como “Vamos”, “O que vocês acham?”, “Todas concordam?”, “Não entendi o que vocês estão pensando”, “me expliquem”, “compartilha a sua ideia”, exemplificam este resultado.

A seguir, apresentamos um quadro que sintetiza as marcas no discurso do chat analisadas no âmbito das estratégias colaborativas e do raciocínio matemático. Esse quadro foi elaborado a partir das marcas discursivas destacadas em negrito ao longo da análise:

Quadro 14 - Marcas discursivas e estratégias.

Linhas (Apenas os destacados em negrito na análise)			Estratégias	
			Colaborativas	Raciocínio
59	<i>Luísa</i>	Tá fazendo o que?	Envolvimento	

			coletivo na tarefa		
61	<i>Sofia</i>	To desenhando gente	Envolvimento coletivo na tarefa	Buscando regularidades	
65	<i>Ester</i>	Estamos tentando visualizar quais sequenciais são possíveis			
69	<i>Sofia</i>	Não é melhor fazer primeiro de uma figura depois de outra?			Observando um caso particular
71	<i>Luísa</i>	Meninas, não seria mais fácil se a gente, sabendo que iremos usar três figuras que só tem três lugares para elas se posicionarem			Emergindo o princípio fundamental da contagem (PFC)
72	<i>Luísa</i>	Se multiplicar a quantidade de figuras pela quantidade de espaços que elas ocupariam?			
80	<i>Sofia</i>	Afinal o decidimos então?	Continuidade do trabalho coletivo		
83	<i>Luísa</i>	Espera só mais um pouco acho que estou chegando a um resultado!			
86	<i>Sofia</i>	Acho que era melhor desenhar todas as possibilidades de um formato e depois de outro meninas!		Ratificação do PFC Verificação de todas as possibilidades para um caso	
88	<i>Luísa</i>	Assim, o quadrado pode ficar três vezes em primeiro lugar três vezes na segunda, e três vezes na terceira, como vai ocorrer tmb com o círculo e o triângulo certo????		Emergindo o PFC	
92	<i>Ester</i>	Mas vejam os desenhos ³⁵		Visualização dos esquemas	
96	<i>Sofia</i>	Sugestão vamos desenhar tudo de novo?????????	Reformulação da estratégia		
102	<i>Sofia</i>	Acho que seria melhor desenhar todas as possibilidades do quadrado e depois que elas se esgotarem partimos para outro desenho!!!		Organizar e ordenar através da lista de possibilidades Verificação de todas as possibilidades para um caso	
105	<i>Sofia</i>	É melhor começar do zero!!!!	Reformulação da estratégia		

Fonte: Elaborado pela autora

Este quadro foi elaborado através das marcas discursivas sublinhadas no chat 1. Na coluna das estratégias, dividimos em dois aspectos relevantes: no âmbito da colaboração e no âmbito do raciocínio matemático. Quanto aos elementos colaborativos, o quadro mostra momentos que evidenciam o envolvimento coletivo na tarefa, construção coletiva, (re)formulação da estratégia, negociação. Quanto aos aspectos do raciocínio matemático temos a busca por regularidades, observação de um caso particular, visualização de esquemas, organizar e ordenar a lista de possibilidades e a emergência do Princípio fundamental da contagem.

³⁵ Ênfase da autora.

Acreditamos que este resultado contribui para que o professor crie estratégias comunicativas de intervenção. Todos esses aspectos do raciocínio matemático observados podem ser desenvolvidos em outro momento com os alunos através de outras tarefas ou de discussões que promovam o debate e reflexão sobre essas estratégias que emergiram.

8.1.3 Singularidades do VMT-Chat no processo de interação e resolução *online* de tarefas de combinatória

Em sintonia com Bolite Frant e Kindel (2013), entendemos que diferentes ambientes promovam interações de natureza diversa. O VMT-Chat é um ambiente virtual para a resolução (síncrona) de problemas matemáticos *online*. Poderíamos escolher outras plataformas de interação como as mencionadas no levantamento bibliográfico sobre ambientes virtuais de aprendizagem, mas o VMT tem sido o cenário adotado pelo nosso grupo de pesquisa quando estamos interessados na resolução de problemas por pequenos grupos de interlocutores.

O VMT possui singularidades que vale ressaltar. Inicialmente, destacamos algumas das mensagens trocadas pelos sujeitos para evidenciar essas importantes particularidades que estão descritas a seguir:

- “Aqui não é facebook *Luísa*, mas compartilha com a gente sua ideia!!!”

É difícil pensar na solução de tarefas de matemática em grupo sem que haja o compartilhamento das ideias dos participantes no chat ou no quadro branco. Através do espaço para o chat escrito e do quadro branco (*whiteboard*), que é uma lousa branca compartilhada os sujeitos envolvidos são levados a uma colaboração. No momento deste fragmento em específico, uma das alunas estava fazendo inserções no quadro branco, tentando solucionar a tarefa sem antes expor suas estratégias. Essa postura nesse ambiente virtual e neste tipo de interação foi contestada por sua colega.

- “Sugestão vamos desenhar tudo de novo?????????”

O quadro branco e sua principal característica de construir coletivamente permite que o grupo insira, desenhe, apague, discuta, modifique no espaço destinado as mensagens gráficas. Essa característica é outra potencialidade interativa deste ambiente virtual de aprendizagem. Em se tratando de pesquisa, o ambiente permite que o pesquisador revise toda a construção realizada pelos participantes, através do real player é possível estudar a trajetória percorrida pelos sujeitos, o que contribui muito para a coleta de dados e para análise da solução.

- “É melhor começar do zero!!!!!”

Neste ambiente virtual, recomeçar é natural, interativo, coletivo, e pode ser feito com diferentes alternativas, ferramentas e estratégias. Permite uma resolução de problemas flexível, sem a hierarquização de procedimentos para solucionar um problema matemático.

- “Estou usando o desenho pra ver se fica mais fácil” e ” Pinta *Ester* que a *Luísa* vai entender melhor!”

Diferentes ferramentas ao seu dispor. Com a disponibilidade de ferramentas de desenhos, inserção de figuras, de colorir e inserção de caixa de textos, não podemos esquecer a influência da visualização, da criação de esquemas que são construções importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

- “Em silêncio??? Compartilha com o grupo as ideias, vc não está sozinha na sala”

Em silêncio? Na sala virtual compartilhada? O silêncio em uma interação virtual pode representar o sujeito online na sala sem interagir diretamente com os participantes ou como neste caso, o sujeito está online realizando modificações no quadro branco, mas sem explicar ou negociar suas construções. O ambiente virtual e seus participantes quando imersos na interação estimula a construção coletiva e o compartilhamento das ideias. Como bem dito por *Luísa*, “vc não está sozinha na sala”, por isso compartilhe, testifica essa característica interativa do ambiente.

CAPÍTULO IX - LOG OUT

Reservamos este espaço para relatar a experiência vivida na elaboração desse trabalho e desdobramentos para pesquisas futuras.

9.1 Considerações Finais e Recomendações

Nesta pesquisa, estivemos interessados em fazer análises de discurso de interações síncronas em ambientes virtuais, isto é, chats para observar os aspectos do raciocínio matemático que emergem dessas interações e entender algumas possíveis contribuições do ambiente virtual no processo de ensino e aprendizagem. Ressaltamos que a resolução de problemas é também um campo fértil para o ensino e a aprendizagem da matemática em cenários virtuais. Em sintonia com as investigações elencadas, julgamos que atividades de combinatória podem ser exploradas nesse tipo de ambiente, pois elas estimulam diferentes estratégias que são expressas de diferentes formas mediante as distintas possibilidades de representação para solucionar um problema envolvendo arranjos ou permutações, conforme ilustrado na análise.

Quanto à comunicação *online*, identificamos que em momentos que há ausência das mensagens escritas (mesmo quando está acontecendo registros no quadro branco), os outros participantes pedem pela colaboração como na linha 189, escrita pela aluna *Na*: “em silêncio??? Compartilha com o grupo as ideias, vc não esta sozinha na sala”. Todavia, no que diz respeito as formas de registros dos interlocutores, a análise ratifica que a natureza discursiva do VMT-Chat propiciou aos participante desenvolver inscrições no quadro branco que auxiliaram no entendimento coletivo e na resolução do problema (POWELL;LAI, 2009).

Esses registros são importantes de forma a promover nos sujeitos um rompimento com a lógica de raciocínio meramente numérico, como sugerido pela aluna *Luísa* na linha 120, “Não! Esquece esses desenhos; vamos usar números” que, muitas vezes, busca por fórmulas prontas para resolver o problema de maneira imediata sem se quer refletir sobre a tarefa proposta. E apesar da aluna *Luísa* pedir pelo uso dos números, a postura adotada pelo grupo era a de utilizar o quadro branco desde o início da interação como destacado na linha 116 onde *Sofia* sugere desenhar “primeiro todos de um formato até esgotar as possibilidades e depois outro formato!”.

Encontramos heurísticas explícitas tanto no quadro branco como nas mensagens escritas, o que reforça a ideia que os dois espaços discursivos do VMT (quadro branco e chat escrito) são vistos como uma conjunção (ÇAKIR et al., 2009). Não há um espaço mais importante que o outro. Reiteramos que é na negociação que há uma maior troca discursiva e é nesse momento que surgem as heurísticas, ou seja, as estratégias não rotineiras elaboradas pelos participantes para solucionar um problema matemático, conforme sublinhado por Salles e Bairral (2010).

Nossa investigação se interessou pelo o desenvolvimento do raciocínio matemático das alunas do curso de pedagogia nesse ambiente virtual e corroboramos com Souza e Lopes (2012), que defendem o uso de problemas de combinatória desde a Educação Infantil. Dessa forma, acreditamos ser uma proposta pertinente para a formação inicial em Pedagogia, pois acreditamos que os professores usam e reproduzem aquilo que se sentem seguras e que aprenderam.

Recomendações de ordem didática, atividades como estas em chats, podem ser realizados em trabalhos totalmente a distâncias ou semi-presencialmente. Em ambos os casos, é necessário um planejamento prévio quanto a seleção das atividades, horário comum aos participantes (já que é preciso que todos estejam online).

Salientamos a importância da sala de ambientação. Nela os participantes manipulam livremente o ambiente fazendo descobertas sobre as ferramentas e suas características que ajudam na promoção da interação. Realizamos a ambientação sempre na primeira sessão e o seu tempo de duração varia de acordo com o mediador/pesquisador/docente responsável. No chat analisado neste

trabalho a duração da ambientação foi de 20 minutos, mas já realizamos atividades que duraram 40 minutos.

A formação dos grupos, nesse tipo de atividade de resolução de problemas online no VMT-Chat é realizado com grupos pequenos. Grupos formados com até 5 pessoas são ideais, principalmente para o desenvolvimento das tarefas e para que haja interação entre todos os participantes.

Quanto às questões técnicas, para o desenvolvimento das atividades, é necessário uma boa conexão com a Internet.

REFERÊNCIAS

- ALVES, R.; SEGADA, C. Sobre o Ensino da Análise Combinatória: fatores a serem considerados, lacunas a serem evitadas. **Revista Acta Scientiae**, v. 14, n. 3, 2012.
- ALVES-MAZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1999.
- AZEVEDO, J.; COSTA, D.; BORBA, R. O impacto do software Árvol no raciocínio combinatório. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (XIII CIAEM)**. Em CD-ROM. Recife, 2011.
- BAIRRAL, M. A. **Compartilhando e Construindo Conhecimento Matemático: Análise do Discurso nos Chats**. *BOLEMA: O Boletim de Educação Matemática [BOLEMA: The Bulletin of Mathematics Education*, 17(22), 37-61, 2004.
- BAIRRAL, M. A. **Discurso, Interação e Aprendizagem Matemática em ambientes virtuais a distância**. Rio de Janeiro: Edur, 2007.
- BAIRRAL, M. A.; POWELL, A. B. Analysing High School Students Interacting at Distance with VMT-Chat on Taxicab Problem. **Anais do II SIPEMAT**, Recife, 2008. Em CD-ROM.
- BAIRRAL, M. A.; POWELL, A. B.; SANTOS, G. T. Análise de interações de estudantes do Ensino Médio em chats. **Educação e Cultura Contemporânea**, v.4, p.111-138, 2007.
- BAIRRAL, M. A. **Learning in virtual environments: a methodology for the analysis of teacher discourse**. JIEEM: Uniban, v. 1, n.1, 2009.
- BAIRRAL, M. A. Uma revisão da literatura nacional sobre a aprendizagem em contextos à distância. **Revista Acta Tecnológica**, Maranhão, v.5, n.2, 189-216, jul./dez., 2010.
- BAIRRAL, M. A. Interagindo, ouvindo o silêncio e refletindo sobre o papel do formador em chat com professores de matemática. **Educar em Revista (UFPR)**, Número Especial - Dossiê Psicologia da Educação Matemática (1/2011), 173-190, 2011.
- BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. Intervenções de combinatória na educação de jovens e adultos. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (XII CIAEM)**. Em CD-ROM, Recife, 2011.
- BEZERRA, L. Trabalhando online conceitos da geometria do táxi com alunos e professores no VMT-Chat. **Relatório PIBIC/CNPq/UFRRJ**, 2009.
- BICUDO, M.A.V. Pesquisa em educação matemática. In: **Pró-Posições**, v. 4, n. 1, março/1993, p. 18-23.
- BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. D. C.; VILARREAL, M. E. **Humans-with-Media and Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization**. New York: Springer, 2005.
- BOLITE FRANT, J.; KINDEL, D. S. Interações discursivas em um ambiente virtual síncrono: licenciandos discutem sobre o infinito. In: BAIRRAL, M.A. (org) **O uso de chat e de fórum de discussão em uma educação matemática inclusiva**. Edur: Rio de Janeiro, Série Inovacomtic, v.5, 113-143, 2013.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática 1º e 2º ciclos**. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CAI, J.; LESTER, F. Why is teaching with problem solving importante to student learning? Tradução por Antônio Sérgio A. M. Bastos e Norma S G. Allevato. **Boletim Gepem 60**, Rio de Janeiro, jan./jun., 147-162, 2012.
- CAMPOS, C. E. DE. **Análise combinatória e proposta curricular: um estudo dos problemas de contagem**. (Dissertação) 143p., PUCSP, 2011.

CANNONE, G.; ROBAYNA, M. S.; MEDINA, M. M. P. O ensino da matemática e as novas tecnologias da Informação e Comunicação (TIC): estudo de caso de um grupo de professores de ensino fundamental. ciclo I, em Tenerife –Espanha. **Zetetiké** – Cempem-Unicamp, v.16, n.30, jul./dez.,2008.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. Vivências de professores de matemática em início de carreira na utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação. **Zetetiké**, FE. Unicamp. v. 17, n.32, jul/dez. 2009.

CORREA, J.; OLIVEIRA, G. A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória. **Educar em revista(UFPR)**. Número Especial: Dossiê Psicologia em Educação Matemática, Curitiba, 2011.

COSTA, R. C. A formação de professores de matemática para uso das TICs: uma abordagem baseada no ensino de funções polinomiais de primeiro e segundo grau. **Educação Matemática Pesquisa**, v.12, n.3, 2010

COSTA, G. L. M.; FIORENTINI, D. Mudança da cultura docente em um trabalho colaborativo de introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação na prática escolar. **Bolema**: Rio Claro (SP), v.20, n.27, 2007.

COSTA, G. L. M. Trabalho colaborativo mediado pelas tecnologias de Informação e Comunicação na formação do professor de matemática: Índícios de mudança da cultura docente. **BoletimGepem** 52, Rio de Janeiro, jan./jun., 69-84, 2008.

ÇAKIR, M. P., ZEMEL, A., & STAHL, G. **The joint organization of interaction within a multimodal CSCL medium.***International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 4(2), 115-149, 2009.

DALLEMOLE, J.J.; GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. Os registros de representação semiótica no estudo da circunferência com enfoque na geometria analítica. **Boletim Gepem** 59, Rio de Janeiro, jul./dez., 95-112, 2011.

DELLA NINA, C. T.; MENEGASSI, M. E. J.; SILVA, M. M. DA Análise combinatória: experiências de sala de aula **Boletim Gepem**(55), Rio de Janeiro, 195-208, 2009.

DELL'AGLI, B. A. V.; BRENELLI, R. P. O jogo “ descubra o animal”: um recurso no diagnósticos psicopedagógico. **Psicologia em estudo**, v. 12, n.3, Maringá, set./dec.,2007.

ESTEBAN, M.P.S. **Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições**. Porto Alegre: AMGH, 2010.

FERNANDES, J. A.; CARVALHO, B. DO A.; CARVALHO, C. DE F. O Trabalho colaborativo como meio de desenvolver o conhecimento didático de duas professoras em combinatória. **Educação Matemática Pesquisa**, nº12, v.1, 2010.

FUTTERLEIB, J. A.; SANTOS, R. P. DOS Ferramenta é instrumento, ambiente é cenário. E os fóruns online de discussão? Recortes de reflexão sobre o estudo da física em ambientes não-formais de educação. **Acta Scientiae**, v.8, n.1, jan./jun., 2006.

GADANIS, G.; NAMUKASA, I.; MOGHADDAM, A. Matemática-para-professores online: facilitando mudanças conceituais nas visões sobre matemática de professores do ensino elementar. **Bolema**: Rio Claro (SP), v.21, n.29, 2008.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GROENWALD, C. L.; RUIZ, L. M. Formação de professores de matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. **Revista Acta Scientiae**, v.8, n.2, 2006.

GROENWALD, C.L.O.; ZOCH, L. N.; HOMA, A. I. R. Sequência didáticas com Análise Combinatória no padrão SCORM. **Bolema**: Rio Claro (SP), v.22, n.34, 2009.

LEVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Editora 34. 2ª edição, 2010.

- LIMA, R.; BORBA, R. O raciocínio combinatório de alunos da educação de jovens e adultos: do início da escolarização até o ensino médio. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM)**. Em CD-ROM. Salvador, 2010.
- LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. (Tese) 300p. UNICAMP, 2003.
- LOPES, J. M.; REZENDE, J. DE C. Um novo jogo para estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 23, nº36, p.657-682, ago. 2010.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MACHADO, M. DE S. Estratégias pedagógicas com uso das TICs: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas nas chamadas “regras de sinais”. **Educação Matemática Pesquisa**, v.12, n.3, 2010.
- MALHEIROS, A. P.S. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de modelagem**. 187f. (Tese) Doutorado em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2008.
- MENDONÇA, L. **Trajatória hipotética de aprendizagem: análise combinatória**. Dissertação, 222p. 2011.
- MISKULIN et al. A prática do professor que ensina matemática e a colaboração: uma reflexão a partir de processos formativos virtuais. **Bolema**: Rio Claro (SP), v.25, n.41, 173-186, 2011.
- MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C.; CAMARINHA FILHO, J. A. Raciocínio combinatório em problemas escolares de produto cartesiano. **Zetetiké**. FE Unicamp. v. 18, n.33, 211-242. jan/jun 2010.
- MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v.8, n.1, 2006.
- OLIVEIRA, G. P. DE. Generalização de padrões, pensamento algébrico e notações: o papel das estratégias didáticas com interfaces computacionais. **Educação Matemática Pesquisa**, v.10, n.2, 2008.
- PEDROSA FILHO, C. Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental (7 – 8anos). **Educação Matemática Pesquisa**, v.10, nº 1, 2008.
- PEREIRA, E.L.; ZULATTO, R.B.A. Fractais em sala de aula: uma experiência com papel e tesoura, computador e espelho. **Boletim Gepem 56**, Rio de Janeiro, jul./dez. 2010.
- PÊSSOA, C. A. DOS S. **Quem dança com quem: desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. (Tese) 268p. UFPE, Pernambuco, 2009.
- PÊSSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké**, FE. Unicamp. v. 17, n.31, 105-150. jan/jun 2009.
- PÊSSOA, C. A. dos S.; SANTOS, L. T. B. dos. Estudo de caso: como duas crianças passam a compreender a combinatória a partir de intervenções? **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP UFSCAR, 6(1), 358-382, 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/360>> Acesso: 10/jan./2013.
- PLACHA, K. C.; MORO, M. L. F. Problemas de produto cartesiano, raciocínio combinatório e intervenção do professor. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 25, n. 1, Brasília, jan/ mar., 2009.
- POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Interciência: Rio de Janeiro, 1978.
- PONTE, J.P. Estudos de casos em educação matemática. **Bolema**, 25, 105-132, 2006.
- POWELL, A. B.; LAI, F. F. Inscription, mathematical ideas, and reasoning in VMT. In: G. Stahl (Ed.), **Studying Virtual Math Teams** (pp. 237-259). New York: Springer, 2009.
- POWELL, A. B. **Socially emergent cognition: Particular outcome of student-to-student discursive interaction during mathematical problem solving**. *Horizontes*, 24(1), 33-42, 2006.

RÉGNIER, J.; PRADEAU, A. Des interactions sociales en formation universitaire à distance: une approche microsociologique exploratoire d'un cours de statistique et méthodes quantitatives et qualitatives. **Educação Matemática Pesquisa**, v.11, n.1, 2009.

ROSA, M.; MALTEMPI, M. V. Eletronic and online RPG in the Mathematics Education Context. **JIEEM: Uniban**, v.2, n.1, 2010.

ROSA, M.; VANIN, L.; SEIDEL, D. J. Produção do conhecimento matemático online: a resolução de um problema com o ciberespaço. **Boletim Gepem 58**, Rio de Janeiro, jan./jun., 89-113, 2011.

SABO, R. D. Saberes docentes: a análise combinatória no Ensino Médio. Dissertação. **Educação Matemática Pesquisa**, v.12, nº1, 2010.

SANTOS, B. de S. **Introdução a uma ciência pós-moderna**. Rio de Janeiro: Graal, 1989.

SANTOS, J. A. F. L.; GRANDO, R. C. O Movimento das Ideias Probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso. **Bolema**, Rio Claro-SP, v. 24 , nº 39 , p.561-584, ago. 2011.

SANTOS, G. T. Linguagem, comunicação e aprendizagem matemática em cenários virtualizados. **Relatório PIBIC/CNPq/UFRRJ**, 2008.

SANTOS, R. P. DOS As dificuldades e possibilidades de professores de Matemática ao utilizarem o software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales. **Educação Matemática Pesquisa**, v.12, n.3, 2010.

SANTOS, S. C.; BORBA, M. C. Internet e softwares de geometria dinâmica como atores de produção matemática online. **Zetetiké – Cempem – Unicamp**, v.16, n.29, 2008.

SANTOS, S. C. Atividades de geometria espacial e tecnologias informáticas no contexto da educação a distância online. **Boletim Gepem 53**, Rio de Janeiro, jul./dez., 75-93, 2008.

SANTOS, S. C. A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial. **Bolema: Rio Claro (SP)**, v.20, n.27, 2007.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M.A. Interações e aprendizagem matemática: um estudo de interlocuções em VMT-Chat. In: **Anais do Encontro Nacional De Educação Matemática (X ENEM)**. 2010, Salvador. Anais do X ENEM, Salvador, 2010. Em CD-ROM.

SALLES, A. T. Interações e aprendizagem matemática no VMT-Chat. **Relatório PIBIC/CNPq/UFRRJ**, 2011.

SALLES, A. T.; NIETO, R. Z.; BAIRRAL, M. A. O uso do chat como forma de interagir e de aprender matemática. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (XIII CIAEM)**. Em CD-ROM, Recife, 2011.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M. A. Identificando e analisando heurísticas em interações no VMT-CHAT. In: **Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática: de calculadoras a ambientes virtuais**. Série Inovacomtic, v. IV, 117-139, Edur: Rio de Janeiro, 2012a.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M.A. “Esquece esses desenhos vamos usar números”: um estudo inicial focado na resolução de um problema de combinatória por estudantes de pedagogia em um ambiente virtual. In: **Anais do XI Encontro Nacional De Educação Matemática (XI ENEM)**: Curitiba, 2013.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M. A. Interações docentes e aprendizagem matemática em um ambiente virtual. **Investigações em Ensino de Ciências(UFRGS)**, v.17, n.2, 453-466, 2012b.

SCHOENFELD, A. H. (Ed.). **Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics**. New York: MacMillan, 1992.

SOUZA, A. C. de; LOPES, C. E. Combinando roupas e vestindo bonecos: ideias de combinatória no desenvolvimento profissional de uma educadora da infância. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP UFSCAR, 6(1), 148-159, 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/404/175>> Acesso: 10/jan./2013.

STAHL, G. **Group cogLiahtion: Computer support for building collaborative knowledge**. Cambridge: MIT, 2006.

TEIXEIRA, L. R. M. et al. Problemas Multiplicativos envolvendo combinatória: estratégias de resolução empregadas por alunos do Ensino fundamental público. **Educar em revista(UFPR)**. Número Especial: Dossiê Psicologia em Educação Matemática, Curitiba, 2011.

TRACTENBERG, L.; BARBASTEFANO, R.; STRUCHINER, M. Ensino Colaborativo Online (ECO): uma experiência aplicada ao ensino da matemática. **Bolema**: Rio Claro (SP), v.23, n.37, 2010.

VAN DIJK, T. **El discurso como estructura y proceso**. Barcelona: Gedisa, 2000.

VAZQUEZ, S. C. Combina ou não combina? Um estudo de caso com alunos bilíngues e não bilíngues, nos EUA. **Boletim Gepem 55**, Rio de Janeiro, jul./dez. 2009.

WISEU, F.; PONTE, J.P. A formação do professor de matemática, apoiada pelas TIC, no seu Estágio Pedagógico. **Bolema**: Rio Claro (SP), v.26, n.42A, 2012.

ZULATTO, R. B. A.; BIAZZI, R. N. Diferentes naturezas de recursos multimídia sob a perspectiva de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v.12, n.3, 2010.

ZULATTO, R. B. A. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores**. (Tese) Doutorado em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2007.

Apêndices

A - Questionários Respondidos

Caro(a) aluno(a),

Estou realizando uma pesquisa de Mestrado e gostaria da sua colaboração preenchendo este questionário.

Obrigada,
Aline Salles.

Nome (opcional): _____

Idade: 22

Você tem e-mail? (x) Sim () Não

Qual? Santa Jussara @ hotmail.com

1) Como você se sente quando tem que estudar matemática?

() 😊 (x) 😐 () 😞

Comente:
Já gostei muito de matemática, mas confuso que atualmente não encontro dificuldade em resolver alguns conteúdos.

2) Você utiliza a Internet? (x) Sim () Não

Se você respondeu Não vá para a pergunta 3.

2.1) Caso tenha assinalado *Sim* na pergunta anterior, responda Com que frequência semanal você acessa a Internet?

(x) Todos os dias () 1 ou 2 dias () 3 ou 4 dias () 5 ou 6 dias () Não tem frequência

2.2) Para que você acessa a Internet?

(x) participar de redes sociais (facebook, Orkut, twitter...)

(x) consultas e pesquisas

() leituras de jornais, revistas, etc..

(x) assistir vídeos

(x) escrever e-mails

() Outro (s): _____

3) Você acredita que é possível aprender matemática na Internet?

(x) Sim () Não

3.1) Você já utilizou a Internet para aprender sobre algum conteúdo matemático?

() Sim (x) Não

3.2) Caso tenha assinalado *Sim* na pergunta anterior dê um exemplo.
Exemplo:

Caro(a) aluno(a),

Estou realizando uma pesquisa de Mestrado e gostaria da sua colaboração preenchendo este questionário.

Obrigada,
Aline Salles.

Nome (opcional):

Idade: 34

Você tem e-mail? (x) Sim () Não

Qual? ana_knauke@hotmail.com

1) Como você se sente quando tem que estudar matemática?

() 😊 (x) 😐 () ☹️

Comente:

Tenho alguma dificuldade em matemática, então fico um pouco tensa na hora de estudar, não sabe quem se automotiva.

2) Você utiliza a Internet? (x) Sim () Não

Se você respondeu Não vá para a pergunta 3.

2.1) Caso tenha assinalado Sim na pergunta anterior, responda.

Com que frequência semanal você acessa a Internet?

() Todos os dias () 1 ou 2 dias (x) 3 ou 4 dias () 5 ou 6 dias () Não tem frequência

2.2) Para que você acessa a Internet?

(x) participar de redes sociais (facebook, Orkut, twitter..)

(x) consultas e pesquisas

(x) leituras de jornais, revistas, etc..

(x) assistir vídeos

(x) escrever e-mails

() Outro (s): _____

3) Você acredita que é possível aprender matemática na Internet?

(x) Sim () Não

3.1) Você já utilizou a Internet para aprender sobre algum conteúdo matemático?

() Sim (x) Não

3.2) Caso tenha assinalado Sim na pergunta anterior dê um exemplo.

Exemplo: _____

Caro(a) aluno(a),

Estou realizando uma pesquisa de Mestrado e gostaria da sua colaboração preenchendo este questionário.

Obrigada,
Aline Salles

Nome (opcional):

Idade:

Você tem e-mail? () Sim () Não

Qual? ANNEPAULA@BOL.COM.BR

1) Como você se sente quando tem que estudar matemática?

() 😊 (X) 😐 () ☹️

Comente:

QUANDO TENHO QUE FAZER ALGUM TRABALHO DE MATEMÁTICA E NÃO É MUITO COMPLEXO ME SINTO BEM, MAS QUANDO TENHO QUE FAZER ALGUM TRABALHO DE MATEMÁTICA QUE É MUITO COM-

2) Você utiliza a Internet? (X) Sim () Não

PLEXO EU NÃO GOSTO MUITO

Se você respondeu Não vá para a pergunta 3

2.1) Caso tenha assinalado *Sim* na pergunta anterior, responda.

Com que frequência semanal você acessa a Internet?

() Todos os dias () 1 ou 2 dias () 3 ou 4 dias () 5 ou 6 dias (X) Não tem frequência

2.2) Para que você acessa a Internet?

(X) participar de redes sociais (facebook, Orkut, twitter...)

(X) consultas e pesquisas

() leituras de jornais, revistas, etc..

(X) assistir vídeos

(X) escrever e-mails

() Outro (s): _____

3) Você acredita que é possível aprender matemática na Internet?

(X) Sim () Não

3.1) Você já utilizou a Internet para aprender sobre algum conteúdo matemático?

() Sim (X) Não

3.2) Caso tenha assinalado *Sim* na pergunta anterior dê um exemplo.

Exemplo:

Caro(a) aluno(a),

Estou realizando uma pesquisa de Mestrado e gostaria da sua colaboração preenchendo este questionário.

Obrigada,
Aline Salles.

Nome (opcional):

Idade: 23

Você tem e-mail? (X) Sim () Não

Qual? graciele @ hotmail.com

1) Como você se sente quando tem que estudar matemática?

() ☹️

(X) 😊

() 😊

Comente: Depende da aula e da matéria específica dentro da própria matemática.

2) Você utiliza a Internet? (X) Sim () Não

Se você respondeu Não vá para a pergunta 3.

2.1) Caso tenha assinalado Sim na pergunta anterior, responda.

Com que frequência semanal você acessa a Internet?

(X) Todos os dias () 1 ou 2 dias () 3 ou 4 dias () 5 ou 6 dias () Não tem frequência

2.2) Para que você acessa a Internet?

(X) participar de redes sociais (facebook, Orkut, twitter...)

(X) consultas e pesquisas

(X) leituras de jornais, revistas, etc..

(X) assistir vídeos

(X) escrever e-mails

() Outro (s) : _____

3) Você acredita que é possível aprender matemática na Internet?

(X) Sim () Não

3.1) Você já utilizou a Internet para aprender sobre algum conteúdo matemático?

(X) Sim () Não

3.2) Caso tenha assinalado Sim na pergunta anterior dê um exemplo.

Exemplo:

Para ver desenhos de Tangram no site "racha a cuca" e ver o vídeo "Donald no país da matemática".

B - Quadros do Levantamento Bibliográfico

Título do trabalho	Site de busca	Pesquisa realizada com						Formação Professores/Desenvolvimento profissional	Formação Superior/Formação continuada
		Estudantes			Ensino Médio	Ensino Superior/Formação inicial	Formação continuada		
		Educação Infantil	Ensino Fundamental I	Ensino Fundamental II					
Sobre o Ensino da Análise Combinatória: fatores a serem considerados, lacunas a serem evitadas (Ar., 2012)	Acta Scientiae						X		
Raciocínio combinatório em problemas escolares de produto cartesiano (Ar., 2010)	Zetetiké		X	X					
Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série (Ar., 2009)	Zetetiké		X						
Saberes docentes: a análise combinatória no Ensino Médio (Diss., 2010)	Educação Matemática Pesquisa							X	
O trabalho colaborativo como meio de desenvolver o conhecimento didático de duas professoras em combinatória (Ar., 2010)	Educação Matemática Pesquisa							X	
Trajetória hipotética de aprendizagem: análise combinatória (Diss., 2011)	Educação Matemática Pesquisa					X		X	
Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental (7 – 8anos) (Re., 2008)	Educação Matemática Pesquisa		X						
Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental (Ar., 2006)	Educação Matemática Pesquisa		X	X					

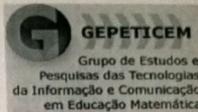
C- Transcrição Gerada pelo VMT-Chat
 Primeira página do chat 2.

Chat transcript for the room: "Prob2_3"

Chat Index	Date	Time Start Typing	Time of Posting	Dani Rodrigues	Anne Paula	jessie	Ana Beatriz Lucas	alinets	Aninha. ACL	Refers to
1	12/20/2012		06:41:08					joins the room		
	12/20/2012		06:41:22					[alinets created a textbox]		
	12/20/2012		06:41:22					START:TextEditing		
	12/20/2012		06:41:27					END:TextEditing		
	12/20/2012		06:41:27					[alinets changed the text to: Dispondo das frutas ...]		
	12/20/2012		06:41:28					[alinets resized some objects]		
	12/20/2012		06:41:29					START:TextEditing		
	12/20/2012		06:41:34					[alinets changed the text to: Olá Dispondo das f...]		
	12/20/2012		06:41:38					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
	12/20/2012		06:41:44					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
	12/20/2012		06:41:48					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
	12/20/2012		06:41:53					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
	12/20/2012		06:41:58					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
	12/20/2012		06:42:02					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
	12/20/2012		06:42:05					END:TextEditing		
	12/20/2012		06:42:05					[alinets changed the text to: Olá meninas, esse se...]		
2	12/20/2012		06:42:10					leaves the room		
3	12/20/2012		10:32:24				joins the room			
4	12/20/2012		10:32:49					joins the room		

D- Autorizações dos Participantes

 **UFRRJ**
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL
DO RIO DE JANEIRO

 **GEPETICEM**
Grupo de Estudos e
Pesquisas das Tecnologias
da Informação e Comunicação
em Educação Matemática

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PPGEDUC - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES

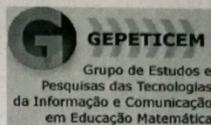
AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Eu, Jéssica Maria dos Santos,
aluna (o) do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Estadual do Rio de
Janeiro, do 2º semestre de 2012, sob matrícula: 2010.2.04932-11, aceito
participar do projeto de pesquisa que será realizado a distância em um ambiente virtual de
aprendizagem, bem como autorizo a publicação dos dados gerados no ambiente para fins
de produção científica através da vinculação de suas imagens, apresentação de slides em
encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, caso necessário.
O projeto é uma pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida pela professora Aline
Terra Salles, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos
Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc/UFRRJ), sob orientação do Prof. Dr.
Marcelo Bairral.

O(a) aluno(a) participará de atividades em um ambiente virtual, com duração de
aproximadamente de 8 horas.

Rio de Janeiro, 06 de dezembro de 2012.

Jéssica Maria dos Santos
Assinatura



Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PPGEDUC - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES

AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

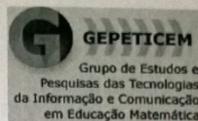
Eu, Amne de Paula do Carmo,
aluna (o) do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Estadual do Rio de Janeiro, do 2º semestre de 2012, sob matrícula: 201020481611, aceito participar do projeto de pesquisa que será realizado a distância em um ambiente virtual de aprendizagem, bem como autorizo a publicação dos dados gerados no ambiente para fins de produção científica através da vinculação de suas imagens, apresentação de slides em encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, caso necessário. O projeto é uma pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida pela professora Aline Terra Salles, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc/UFRRJ), sob orientação do Prof. Dr. Marcelo Bairral.

O(a) aluno(a) participará de atividades em um ambiente virtual, com duração de aproximadamente de 8 horas.

Rio de Janeiro, 06 de DEZEMBRO de 2012.

Amne de Paula do Carmo

Assinatura



Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PPGEDUC - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES

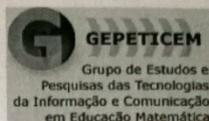
AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Eu, Ana Beatriz de Almeida Flores,
aluna (o) do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Estadual do Rio de Janeiro, do 2º semestre de 2012, sob matrícula: 2010.2.04.853.11, aceito participar do projeto de pesquisa que será realizado a distância em um ambiente virtual de aprendizagem, bem como autorizo a publicação dos dados gerados no ambiente para fins de produção científica através da vinculação de suas imagens, apresentação de slides em encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, caso necessário. O projeto é uma pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida pela professora Aline Terra Salles, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEDuc/UFRRJ), sob orientação do Prof. Dr. Marcelo Bairral.

O(a) aluno(a) participará de atividades em um ambiente virtual, com duração de aproximadamente de 8 horas.

Rio de Janeiro, 06 de dezembro de 2012.

Ana Beatriz de Almeida Flores
Assinatura



Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PPGEDUC - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES

AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Eu, Danielle Gomes Rodrigues,
aluna (o) do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Estadual do Rio de Janeiro, do 2º semestre de 2012, sob matrícula: 201020480811, aceito participar do projeto de pesquisa que será realizado a distância em um ambiente virtual de aprendizagem, bem como autorizo a publicação dos dados gerados no ambiente para fins de produção científica através da vinculação de suas imagens, apresentação de slides em encontros científicos, canais de televisão e outros meios de comunicação, caso necessário. O projeto é uma pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida pela professora Aline Terra Salles, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc/UFRRJ), sob orientação do Prof. Dr. Marcelo Bairral.

O(a) aluno(a) participará de atividades em um ambiente virtual, com duração de aproximadamente de 8 horas.

Rio de Janeiro, 06 de novembro de 2012.

Danielle Gomes Rodrigues

Assinatura